

**Matematica**

**Equazioni di  
2° grado**

*Autore:* prof. **Pappalardo Vincenzo**  
*docente di* **Matematica e Fisica**



# *EQUAZIONI COMPLETE*

*La forma normale di un'equazione di 2° grado completa è:*

$$a x^2 + b x + c = 0$$

*con  $a, b, c$  numeri reali e  $a \neq 0$*

# FORMULA RISOLUTIVA

*Per risolvere un'equazione di secondo grado completa si applica la formula:*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

*L'espressione che appare sotto il segno di radice*

$$b^2 - 4ac$$

*si chiama discriminante dell'equazione e si indica con la lettera greca  $\Delta$  (delta).*

# SIGNIFICATO DEL DISCRIMINANTE

*Il segno di  $\Delta$  determina le soluzioni di un'equazione di secondo grado:*



Se  $\Delta > 0$   
l'equazione  
ammette  
due soluzioni reali  
e distinte

Se  $\Delta = 0$   
l'equazione  
ammette  
due soluzioni reali  
e coincidenti

Se  $\Delta < 0$   
L'equazione  
non ammette  
soluzioni

# ESEMPIO 1

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$$\Delta > 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 1$$

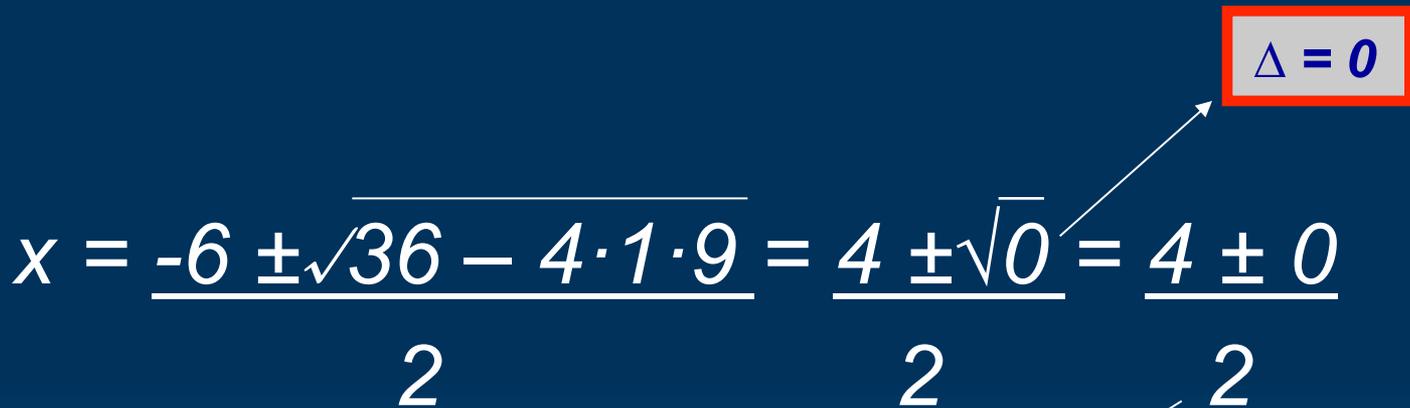
$$x_2 = 3$$

**DUE SOLUZIONI REALI E DISTINTE**

# ESEMPIO 2

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = 6, c = 9$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2}$$


$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 2$$

**DUE SOLUZIONI REALI E COINCIDENTI**

# ESEMPIO 3

$$x^2 + x + 5 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = 5$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2}$$

$$\Delta < 0$$

**EQUAZIONE IMPOSSIBILE**

# Esercizio guidato 1

$$8x^2 - 10x + 3 = 0$$

Si applica la formula risolutiva:

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{16} =$$

Le soluzioni sono:

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

# Esercizio guidato 2

$$3x^2 + 4x + 5 = 0$$

Si applica la formula risolutiva:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 60}}{6} =$$

Le soluzioni sono:

# Esercizio guidato 3

$$4x^2 - 28x + 49 = 0$$

Si applica la formula risolutiva:

$$x = \frac{28 \pm \sqrt{784 - 784}}{8} =$$

Le soluzioni sono:

# EQUAZIONI INCOMPLETE

Se  $b = 0$   
l'equazione  
diventa  
 $a x^2 + c = 0$   
e si chiama  
equazione PURA

Se  $c = 0$   
l'equazione  
diventa  
 $a x^2 + bx = 0$   
e si chiama  
equazione SPURIA

# EQUAZIONI PURE

*Le equazioni pure si risolvono isolando il termine con l'incognita:*

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x = \pm\sqrt{-c/a}$$

ESEMPI

# *ESEMPI di equazioni pure*

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$25x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4/25$$

$$x = \pm 2/5$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm \sqrt{-9}$$

*Equazione  
impossibile*

*Le soluzioni di un'equazione pura, se esistono, sono numeri opposti.*

# Esercizi guidati equazioni pure

1.  $2x^2 - 18 = 0$        $2x^2 = 18$        $x^2 = 9$        $x =$

2.  $x^2 - 16 = 0$        $x^2 =$        $x =$

3.  $4x^2 - 25 = 0$        $4x^2 =$        $x^2 =$        $x =$

4.  $x^2 + 25 = 0$        $x^2 =$       l'equazione è

# Soluzioni esercizi guidati equazioni pure

1.  $x = \pm 3$

2.  $x = \pm 4$

3.  $x = \pm 5/2$

4. impossibile

# EQUAZIONI SPURIE

*Le equazioni spurie si risolvono raccogliendo  $x$  ed applicando la legge di annullamento del prodotto, secondo la quale il prodotto di due fattori è zero se almeno uno di essi è zero.*

$$x(ax + b) = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$
$$x = 0$$

$$ax + b = 0$$
$$x = -b/a$$

ESEMPI

# ESEMPI di equazioni spurie

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0 \begin{cases} \rightarrow x_1 = 0 \\ \rightarrow x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

*L'equazione spuria ha due soluzioni reali una delle quali sempre uguale a zero*

$$3x^2 + 5x = 0$$

$$x(3x + 5) = 0 \begin{cases} \rightarrow x_1 = 0 \\ \rightarrow 3x + 5 = 0 \rightarrow x_2 = -5/3 \end{cases}$$

# Esercizi guidati equazioni spurie

1.  $7x^2 + 4x = 0$   
 $x(7x + 4) = 0$

$x = 0$

$7x + 4 = 0 \longrightarrow x =$

2.  $5x^2 - x = 0$   
 $x( \quad ) = 0$

# Soluzioni esercizi guidati equazioni spurie

1.  $x = 0$        $x = -4/7$

2.  $x = 0$        $x = 1/5$

# IN SINTESI

$$ax^2 + bx + c = 0$$

	Nome equazione	Soluzioni	Tipo di soluzioni
$b \neq 0, c \neq 0$	completa	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	Se $\Delta > 0$ reali distinte Se $\Delta = 0$ reali coincidenti Se $\Delta < 0$ nessuna soluzione
$b = 0, c \neq 0$	pura	$x = \pm \sqrt{-c/a}$	Se esistono, sono opposte
$b \neq 0, c = 0$	spuria	$x_1 = 0$ $x_2 = -b/a$	Reali distinte

# VERIFICA

## test

➤ Riconosci , tra le seguenti espressioni, l' equazione di II grado

a)  $x + 1 = 2x^2$

b)  $x - 2x + 1 = 0$

c)  $3x^2 - 4x + 2$

d)  $4x^3 - 5x^2 + 3 = 0$

➤ Riconosci, tra le seguenti, l' equazione di II grado completa

a)  $3x^2 - x = 0$

b)  $x^2 - x - 3 = 0$

c)  $x^2 - 9 = 0$

d)  $5x^2 = 0$

➤ Riconosci, tra le seguenti, l' equazione di II grado spuria

a)  $3x^2 - x = 0$

b)  $x^2 - x - 3 = 0$

c)  $x^2 - 9 = 0$

d)  $5x^2 = 0$

# test

➤ Riconosci, tra le seguenti, l'equazione di II grado pura

a)  $3x^2 - x = 0$

b)  $x^2 - x - 3 = 0$

c)  $x^2 - 9 = 0$

d)  $5x^2 = 0$

➤ Riconosci l'equazione di II grado completa ridotta a forma normale

a)  $3x^2 = x - 5$

b)  $4x^2 + 7x - 2x + 3 = 0$

c)  $4x^2 + 3x - 1 = 0$

➤ Individua i coefficienti a, b e c delle seguenti equazioni

a)  $4x^2 - 8x + 3 = 0$

a =

b =

c =

b)  $3x^2 - 1 + 8x = 0$

a =

b =

c =

c)  $2x - 3x^2 + 1 = 0$

a =

b =

c =

# test

➤ La formula risolutiva dell'equazione completa di II grado è:

$$a) x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$$

$$b) x = \frac{b \pm \sqrt{-b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$c) x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$$

$$d) x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

# VERIFICA

## domande aperte

➤ Data l'equazione  $2x^2 - 3x + 5 = 0$ , applica la formula risolutiva

➤ Risolvi le equazioni

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x^2 - 27 = 0$$

➤ Scrivi la formula del  $\Delta$

➤ Completa le seguenti frasi

Se risulta  $\Delta \dots 0$ , l'equazione ha .....

Se risulta  $\Delta \dots 0$ , l'equazione ha .....

Se risulta  $\Delta \dots 0$ , l'equazione ha .....