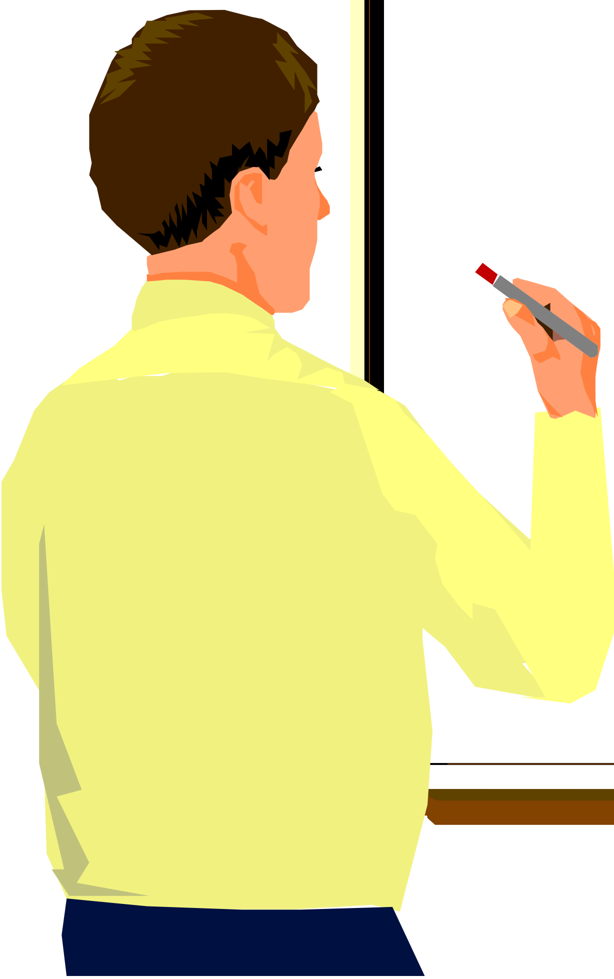
FISICA

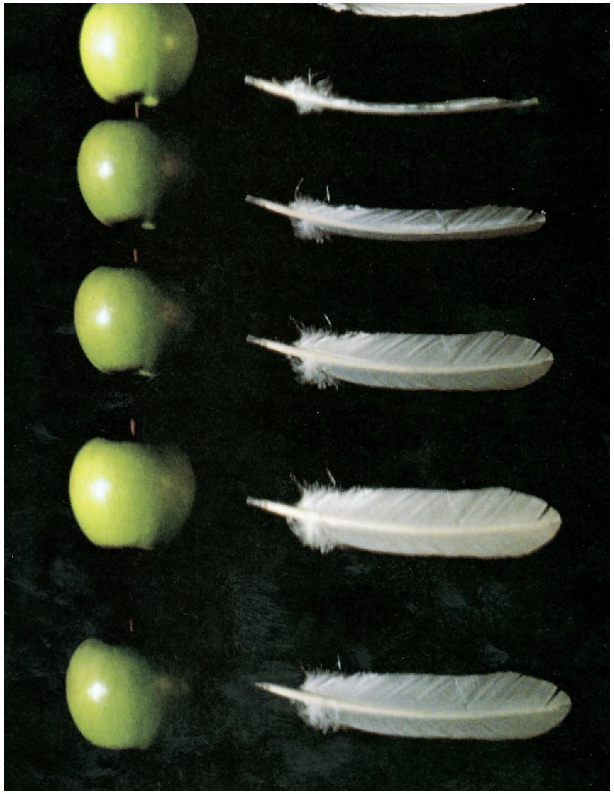


La Dinamica:
le forze e il moto

Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica

LA FORZA PESO

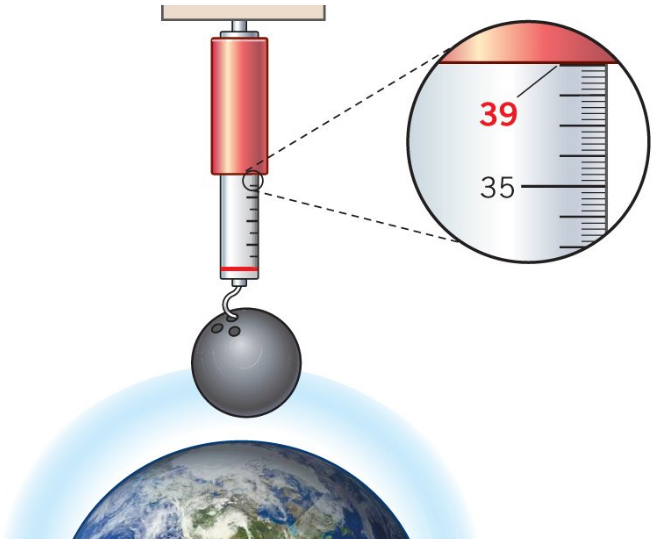
Come anticipato nella Cinematica, in assenza di attrito con l'aria, un oggetto in caduta libera si muove con un'accelerazione costante e uguale per tutti i corpi, pari all'accelerazione di gravità g.



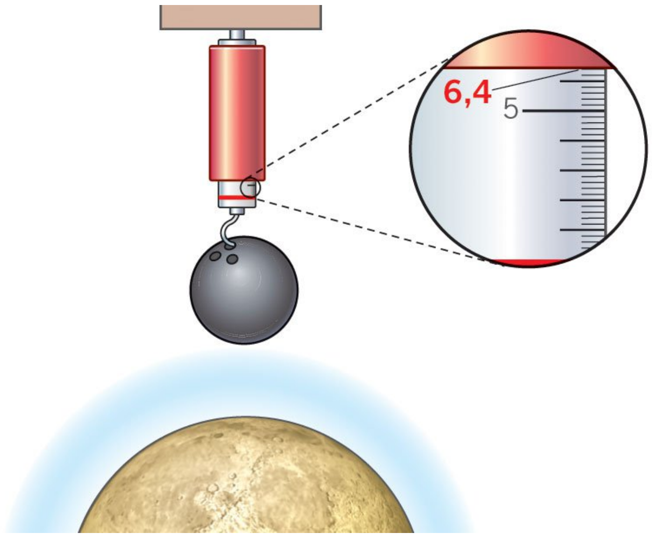
Ciò significa che, se non ci fosse l'attrito dell'aria, tutti gli oggetti da una piuma a una mela, quindi indipendentemente dalla massa, dalla forma e dalla natura dell'oggetto, cadrebbero tutti con la stessa accelerazione $g = 9{,}8\ m/s^2$, e quindi, toccherebbero terra nello stesso istante.

Per gli oggetti in caduta libera, il secondo principio della dinamica diventa:

Forza peso = $\vec{F}_P = m\vec{g}$



Sulla Terra una palla da bowling, che ha una massa di 4 kg, pesa 39 N.

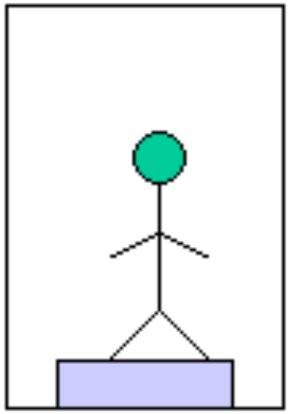


Sulla Luna il suo peso è di 6,4N, circa 1/6 di quello sulla Terra.

La massa non cambia (proprietà invariante dei corpi); g cambia e quindi anche la forza-peso cambia.

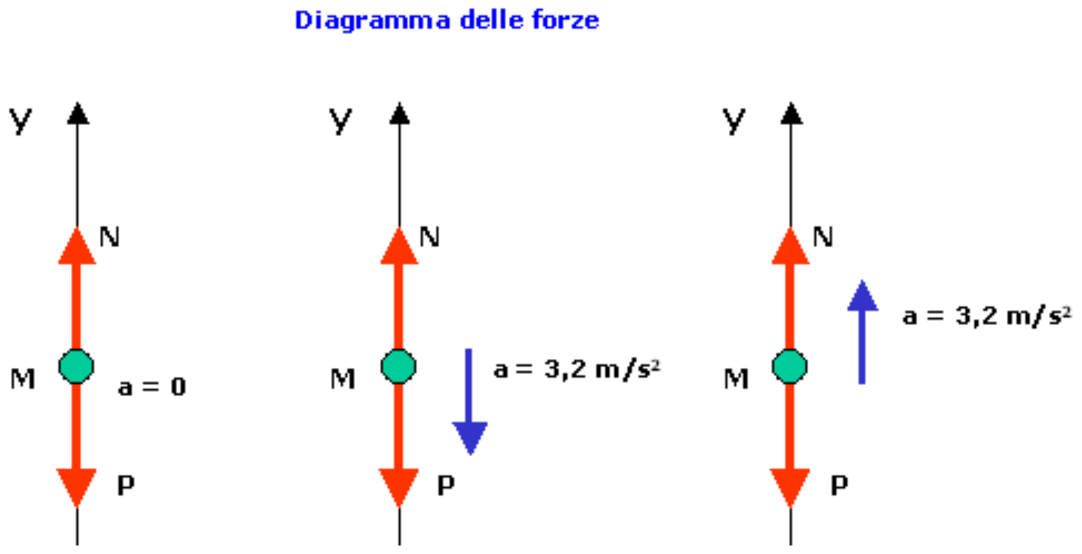
ESEMPIO

Un passeggero di massa m=72.2 kg sta su una bilancia nella cabina di un ascensore. Che cosa segna la bilancia quando l'accelerazione assume i valori dati in figura?



strategia risolutiva

1. Costruire il diagramma delle forze: fissare un sistema di riferimento (nel nostro caso basta solo l'asse delle y) e riportare su di esso le forze in gioco.

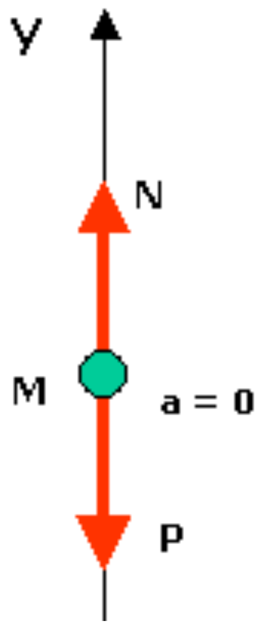


2. Applicare il 2° principio

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Poiché è in forma vettoriale, diventa:

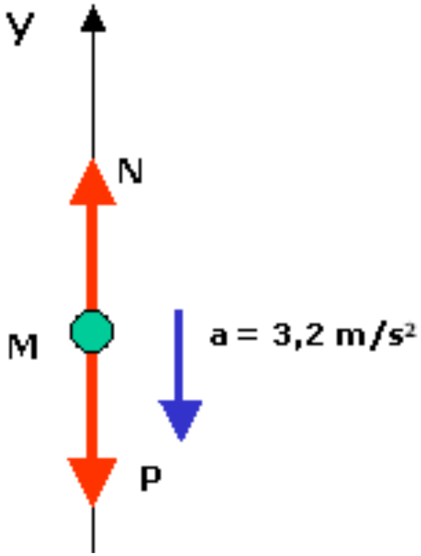
➢ 1° caso: a = 0 m/s^2



$$N - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg = 72{,}2 \cdot 9{,}8 = 708N$$

La bilancia segna il peso effettivo del passeggero

➢ 2° caso: a = -3,2 m/s²



$$N - Mg = -Ma \Rightarrow$$

$$N = Mg - Ma = M \cdot (g - a) = 72,2 \cdot (9,8 - 3,2) = 477N$$

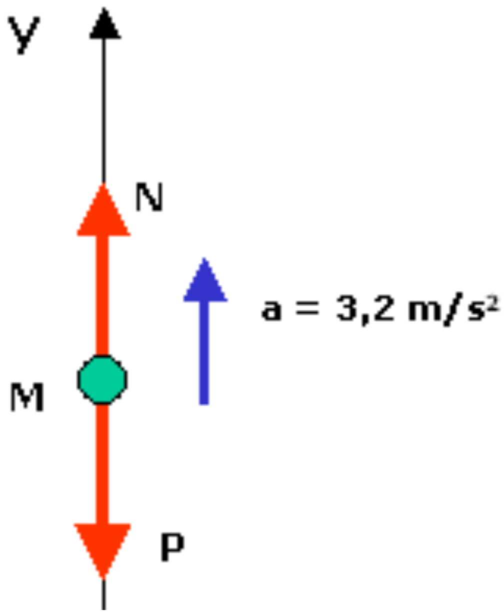
La bilancia segna un peso inferiore di 231 N ed il passeggero pensa di aver dimagrito 23,6 kg (M = P/g= 231/9,8 = 23,6 kg)

3° caso: a = 3,2 m/s²

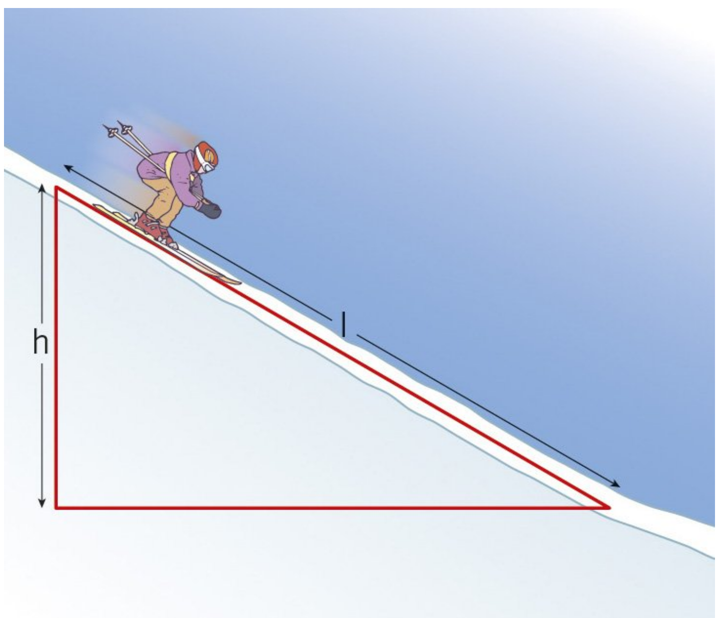
$$N - Mg = Ma \Rightarrow$$

$$N = M \cdot (g + a) = 72,2 \cdot (9,8 + 3,2) = 939N$$

La bilancia segna un peso superiore di 231 N ed il passeggero pensa di aver ingrassato 23,6 kg (M = P/g= 231/9,8 = 23,6 kg)



Calcolare la velocità con la quale uno sciatore, partendo da fermo, arriva in fondo alla pista, nell'ipotesi di trascurare le forze di attrito in gioco.

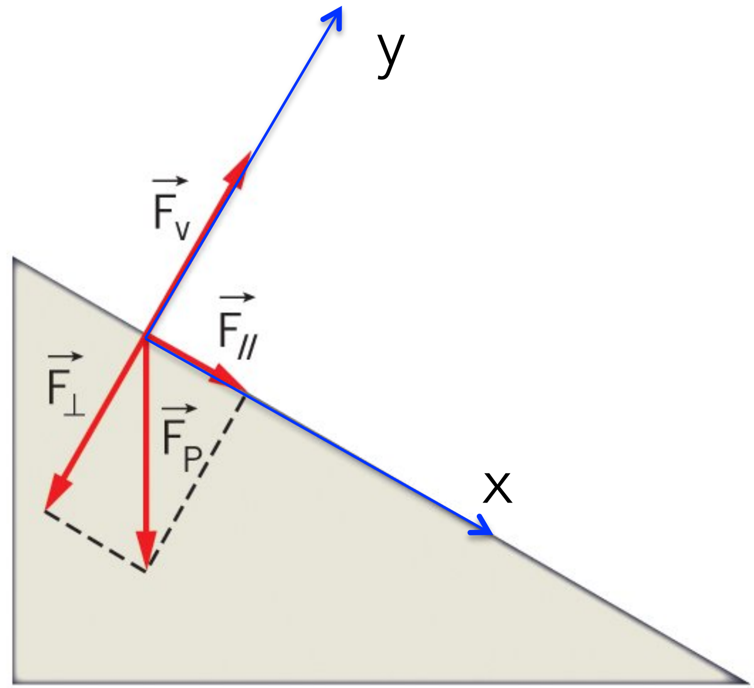


$h = 50\,m \quad L = 100\,m$

$M = 70\,kg$

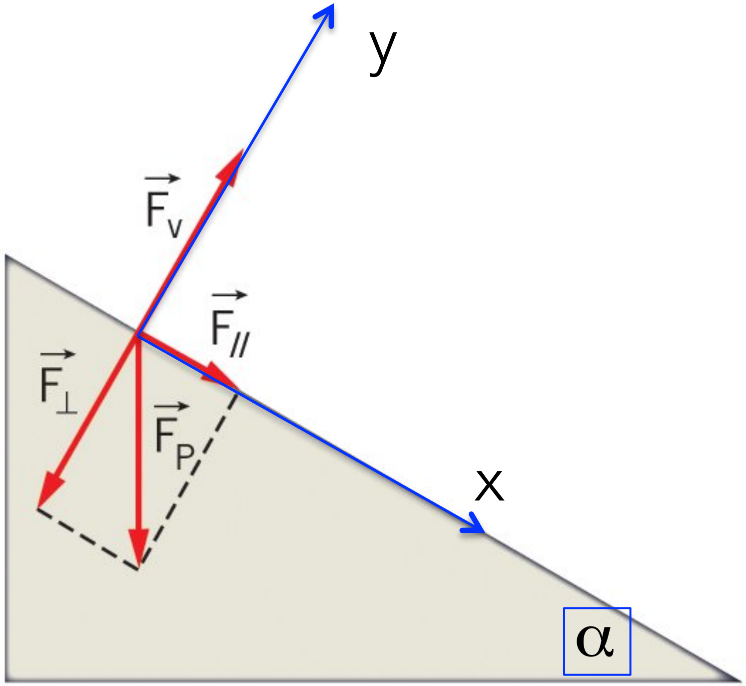
Applichiamo il 2° principio della dinamica strategia risolutiva

1. **Costruire il diagramma delle forze**: fissare un sistema di riferimento (asse delle x lungo il piano inclinato e l'asse delle y perpendicolare) e riportare su di esso le forze in gioco e scomporle lungo gli assi.



2. **Applicare il 2° principio**: essendo in forma vettoriale, va scritto nel seguente modo

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow 2° \text{ principio applicato lungo l'asse x} \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \rightarrow 2° \text{ principio applicato lungo l'asse y} \end{cases}$$



Osserviamo che, scomponendo $\mathbf{F}_P$ lungo gli assi cartesiani, la forza che spinge lo sciatore verso il basso è il vettore componente $\mathbf{F}_{//}$, mentre l'altro componente è controbilanciato dalla reazione vincolare $\mathbf{F}_V$, quindi lungo y non c'è accelerazione. Pertanto il 2° principio diventa:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow F_{//} = ma \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \rightarrow F_v - F_\perp = 0 \end{cases}$$

Per i nostri scopi ci serve solo la prima equazione del sistema.

$$F_{//} = ma \xrightarrow[F_{//}=F_P sen\alpha]{a\lg ebra\ \ vettoriale} F_P sen\alpha = ma \Rightarrow mgsen\alpha = ma \xrightarrow{da\ \ cui}$$

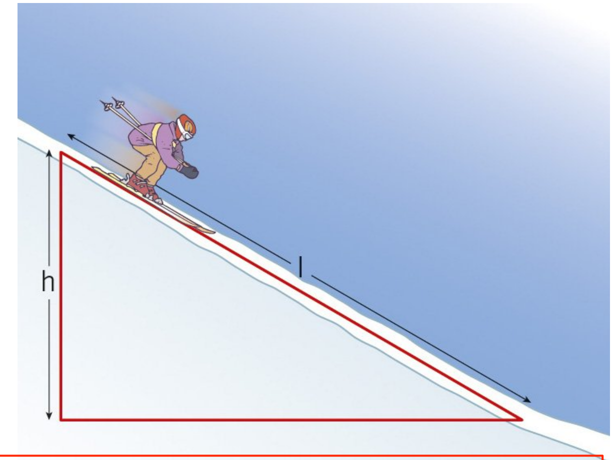
$$a = gsen\alpha \xrightarrow[h=Lsen\alpha]{formule\ \ triangolo\ \ ret\tan golo} a = g\frac{h}{L} = 9,8\cdot\frac{50}{100} = 4,7\,m/s^2$$

E dalle leggi del moto uniformemente accelerato calcoliamo la velocità:

$$\begin{cases} s = \dfrac{1}{2}at^2 \\ v = at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\dfrac{2L}{a}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 100}{4,7}} = 6,5\,s \\ v = 4,7\cdot 6,5 = 30,7\,m/s \end{cases}$$

ESEMPIO

Calcolare la velocità con la quale uno sciatore, partendo da fermo, arriva in fondo alla pista, considerando che il coefficiente di attrito dinamico sia pari a 0,05.



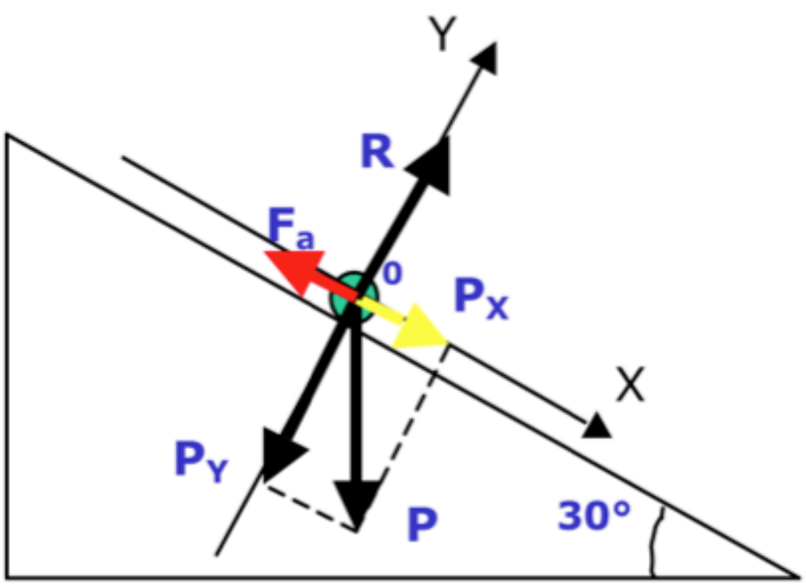
dati

$$h = 50\,m \quad L = 100\,m$$

$$sen\alpha = \frac{h}{L} = 0{,}5 \rightarrow \alpha = 30°$$

$$M = 70\,kg$$

Diagramma delle forze



$$P_x = P \cdot sen\alpha$$

$$P_Y = P \cdot \cos\alpha$$

$$F_a = \mu \cdot P_Y$$

2° principio

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow P_x - F_a = ma \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \rightarrow R - P_y = 0 \end{cases}$$

Per i nostri scopi ci serve solo la prima equazione del sistema.

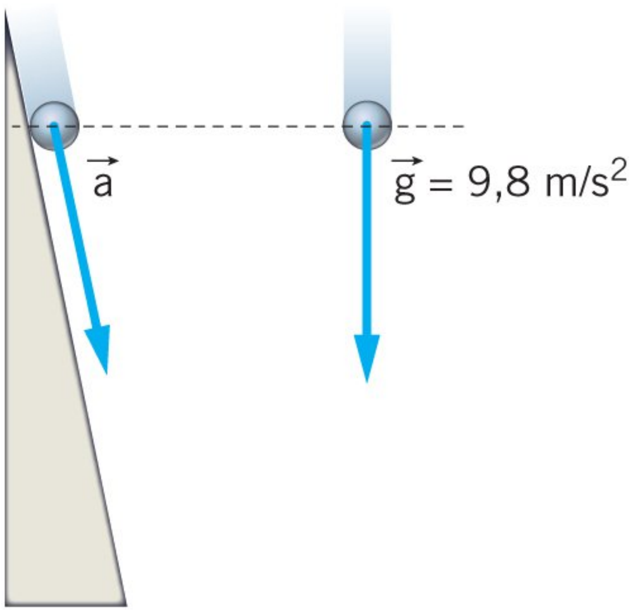
$$P_x - F_a = ma \Rightarrow P \cdot sen\alpha - \mu P\cos\alpha = ma \xrightarrow{da\ cui} a = \frac{P(sen\alpha - \mu\cos\alpha)}{m} =$$

$$\frac{mg(sen\alpha - \mu\cos\alpha)}{m} = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 9,8(sen30° - 0,05\cos30°) = 4,5\ m/s^2$$

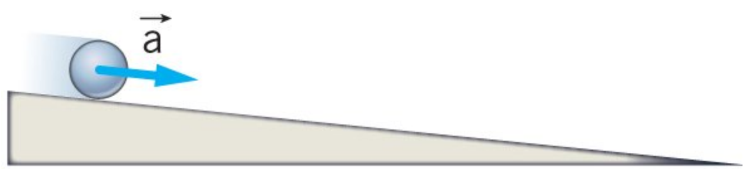
E dalle leggi del moto uniformemente accelerato calcoliamo la velocità:

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{4,5}} = 6,7\,s \\ v = 4,5 \cdot 6,7 = 30,2\,m/s \end{cases}$$

Considerazioni finali



All'aumentare dell'inclinazione del piano, il valore dell'accelerazione **a** tende ad avvicinarsi a quello dell'accelerazione di gravità **g**.



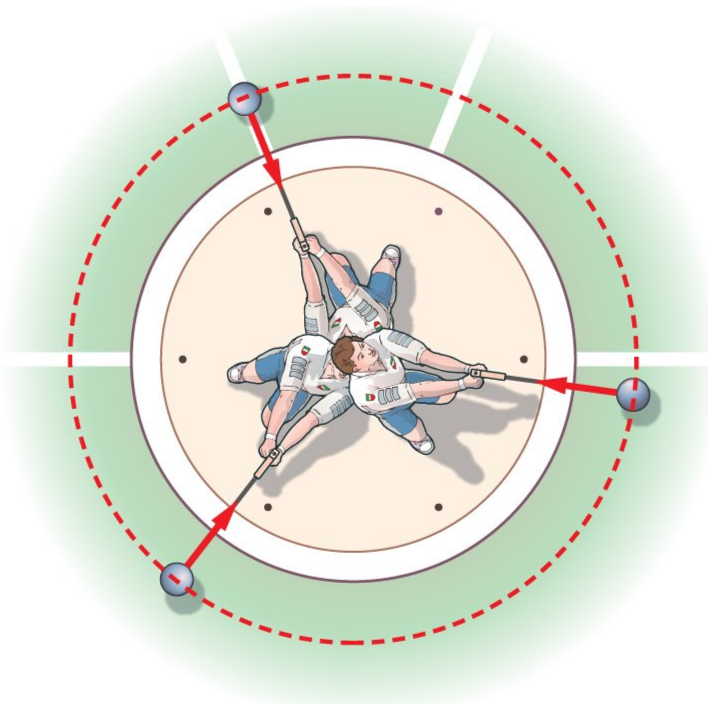
Al diminuire dell'inclinazione del piano, il valore dell'accelerazione **a** tende ad avvicinarsi al valore zero.

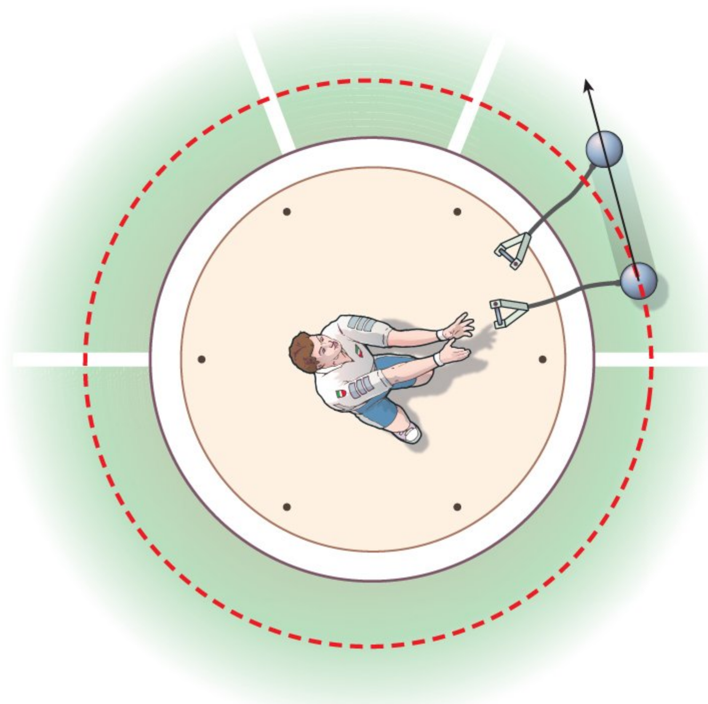
Il valore dell'accelerazione è indipendente dalla massa dell'oggetto che scivola lungo il piano inclinato e dipende.

LA FORZA CENTRIPETA

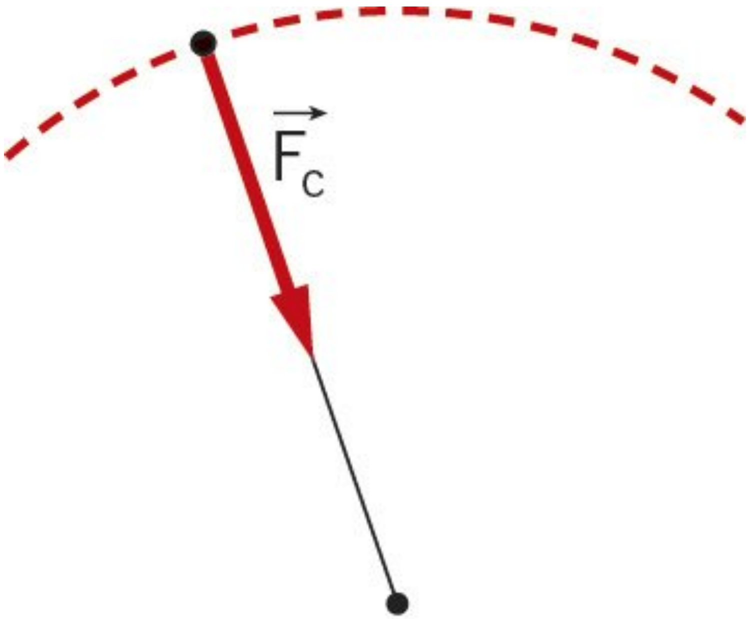
Durante la rotazione, l'atleta tira verso di sé il martello con una forza che è diretta, in ogni istante, verso il centro.

Nell'istante in cui lascia la maniglia, non esercita più la forza e la sfera si allontana lungo la tangente alla traiettoria circolare.





Affinché un oggetto si muova di moto circolare uniforme, è necessario che subisca una forza verso il centro, chiamata forza centripeta, che cambia la direzione del vettore velocità, ma non il suo valore.

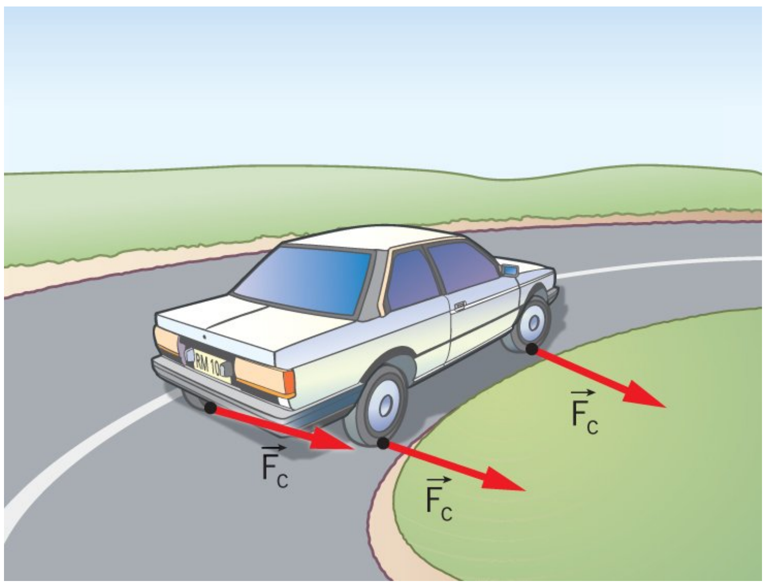


$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

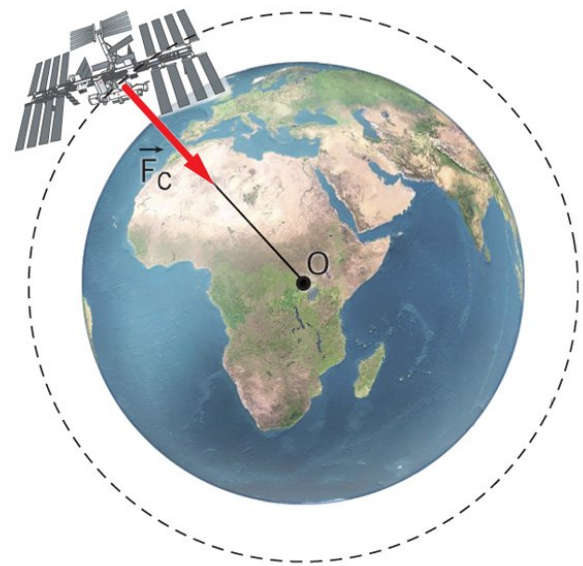
$a_c = v^2/r = \omega^2 r$
è l'accelerazione centripeta

La forza centripeta ha cause diverse:

Per un'automobile che curva lungo una strada la forza centripeta è la forza di attrito tra pneumatici e la strada.

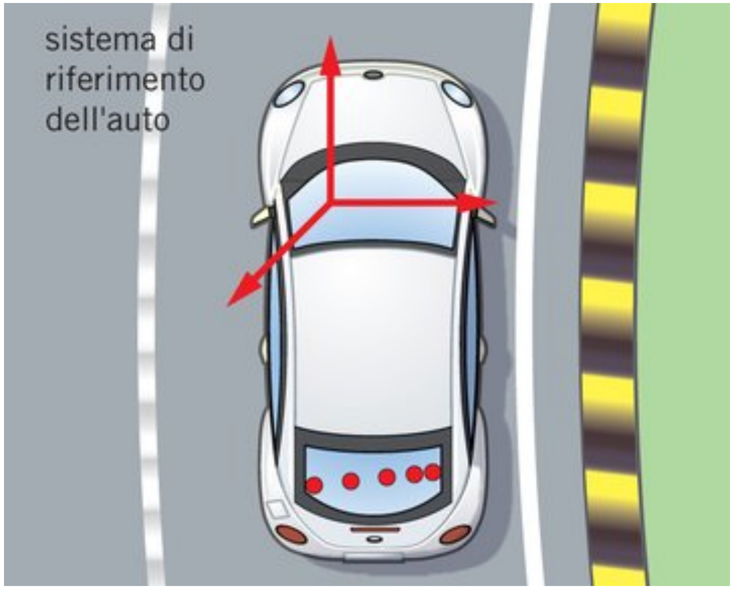


Per un satellite che orbita attorno alla Terra la forza centripeta è la forza di gravità della Terra.

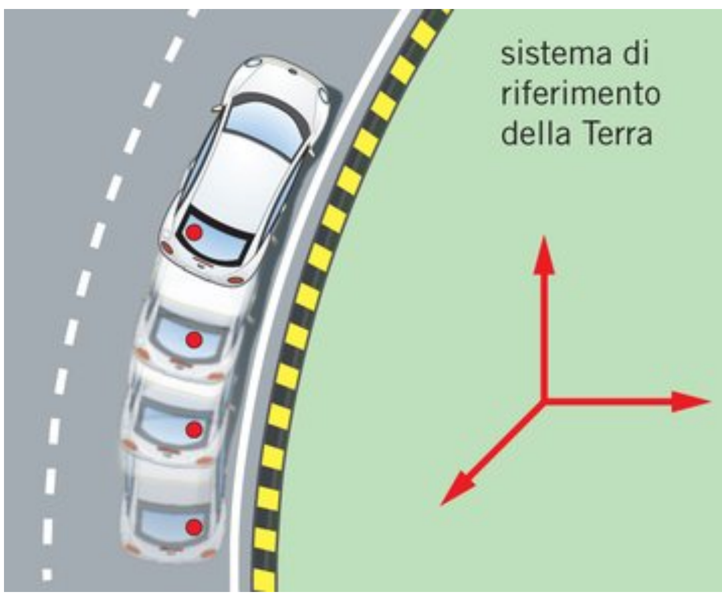


La forza centripeta incurva continuamente la traiettoria dell'auto e del satellite, obbligandoli a muoversi lungo una circonferenza.

La forza centrifuga



Durante una curva a destra, si ha l'impressione che ci sia una forza (la cosiddetta forza centrifuga) che spinge il CD verso sinistra, cioè verso l'esterno della curva.

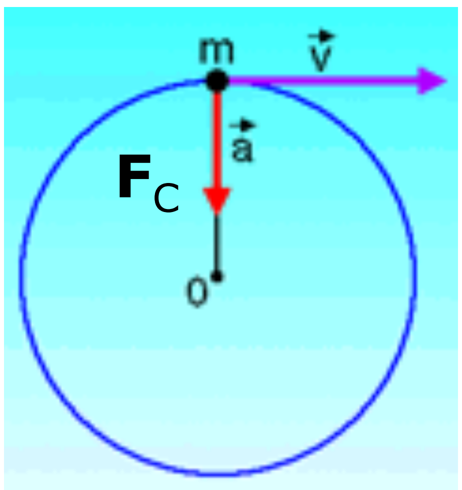


Nel sistema di riferimento (inerziale) della Terra, il CD continua semplicemente a muoversi in linea retta.

La forza centrifuga è una delle forze apparenti di cui abbiamo già parlato.

ESEMPIO

Per simulare l'assenza di peso durante l'addestramento, gli astronauti vengono portati su un aereo che percorre una traiettoria circolare, di raggio 2500 m, su un piano verticale. Affinchè gli astronauti percepiscano l'assenza di peso, quale deve essere la velocità dell'aereo nella parte alta della sua traiettoria?



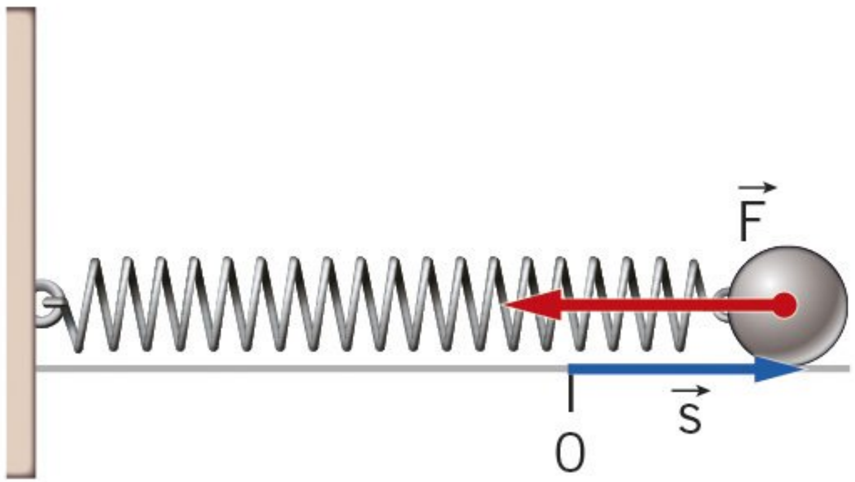
La forza che obbliga l'aereo a percorrere la traiettoria circolare è la forza centripeta. Applichiamo il secondo principio della dinamica per calcolare la velocità dell'aereo nella parte alta della sua traiettoria, dove la forza centripeta non è altro che la forza peso:

$$F_c = ma_c \Rightarrow mg = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$a_c = v^2/R$ è l'accelerazione centripeta

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9{,}81 \cdot 2500} = 157\ m/s$$

LA FORZA ELASTICA



Se la molla subisce una deformazione descritta dal vettore **s**, essa esercita sulla pallina, secondo la legge di Hooke, la forza elastica **F**:

$$\vec{F} = -k\vec{s}$$

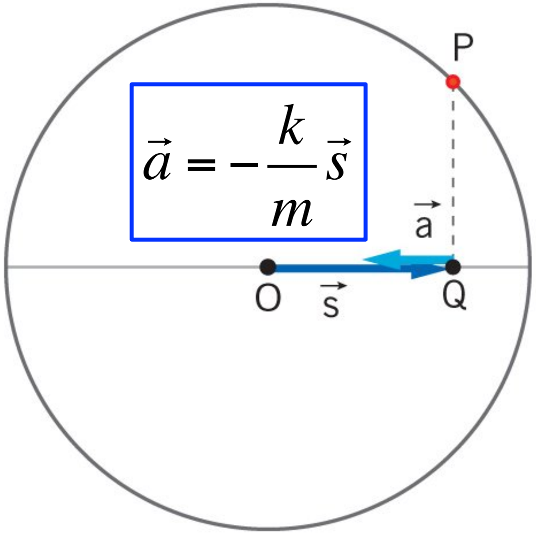
Per il secondo principio della dinamica (**F**=m**a**), la formula precedente diventa:

$$m\vec{a} = -k\vec{s}$$

da cui ricaviamo l'accelerazione impressa dalla molla alla pallina:

$$(1) \quad \vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{s}$$

Questa accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento della pallina rispetto alla posizione di equilibrio della molla ed è rivolta in verso opposto a esso:



Ma la formula è matematicamente identica a quella che vale per il moto armonico:

$$(2)\quad \vec{a} = -\omega^2 \vec{s}$$

Possiamo allora concludere che:

Il moto di una massa che oscilla attaccata a una molla è un moto armonico.

Confrontando la formula (1) con la (2), e tenendo conto della formula per ω, possiamo determinare qual è il periodo di una massa che oscilla attaccata a una molla:

$$-\omega^2 = -\frac{k}{m} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad da\ cui:$$

periodo (s)

massa della pallina (kg)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

costante elastica della molla (N/m)

Tenendo fisso k, il periodo di oscillazione dipende dalla massa m attaccata alla molla.

ESEMPIO

Calcolare il periodo di oscillazione e la pulsazione di una molla che viene allungata di 0,4 m da una massa di 1 kg.

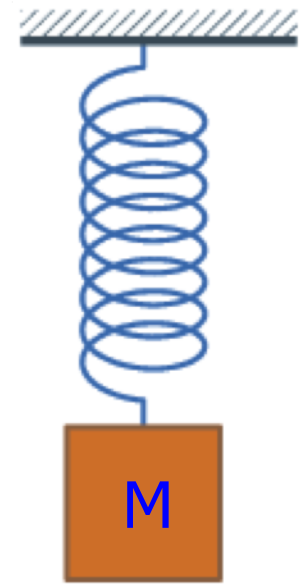
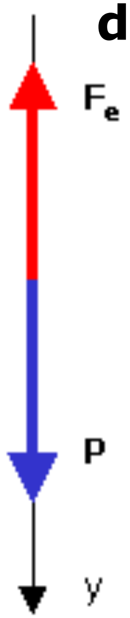


diagramma delle forze



Le forze in gioco sono la forza elastica e la forza peso, per cui applicando il 2° principio della dinamica calcoliamo la costante elastica della molla che serve per calcolare il periodo di oscillazione:

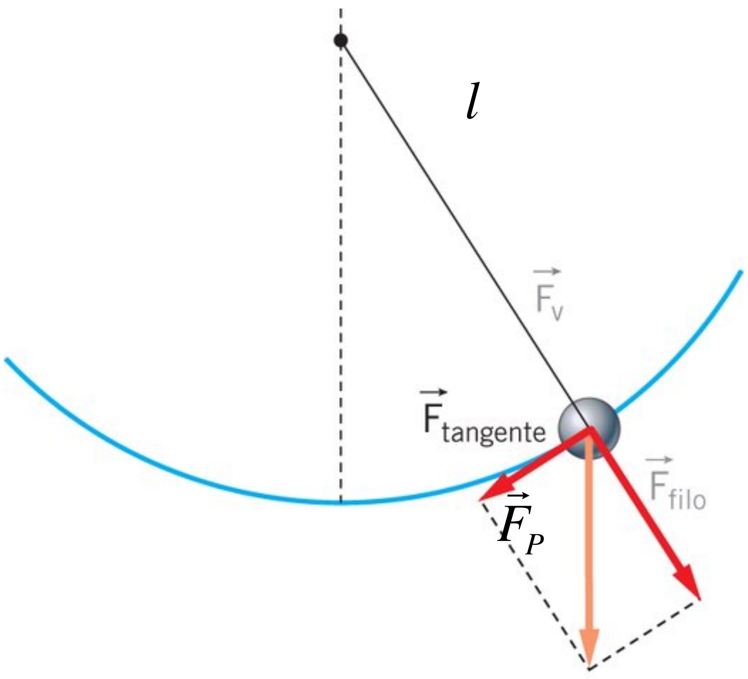
$$F_e = Ma \rightarrow kx = Mg \quad da\ cui:\ k = \frac{Mg}{x} = \frac{1 \cdot 9{,}8}{0{,}4} = 24{,}5\,N/m$$

Pertanto:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{24{,}5}} = 1{,}3\,s \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}3} = 5\,rad/s$$

IL PENDOLO

Come nel caso della molla, la pallina subisce una forza direttamente proporzionale al suo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio e rivolta in modo da opporsi allo spostamento. Questa forza è il vettore componente della forza-peso della pallina lungo la tangente alla sua traiettoria.



Si dimostra che l'accelerazione a cui è soggetta la pallina è data da:

$$(1)\quad \vec{a} = -\frac{g}{l}\vec{s}$$

Se le oscillazioni sono piccole (angolo di oscillazione minore di 10°), si osserva che il pendolo si muove di moto armonico.

Confrontando la formula (1) con quella del moto armonico (**a**=-ω^2**s**), possiamo determinare il periodo del pendolo:

$$-\omega^2 = -\frac{g}{l} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{l} \quad da\ cui:$$

lunghezza del filo (m)

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

periodo (s)

accelerazione di gravità (m/s^2)

Per piccole oscillazioni, T non dipende né dall'ampiezza dell'oscillazione, né dalla sua massa, ma solo dalla sua lunghezza e dall'accelerazione di gravità.

Cosa significa? Mentre le oscillazioni del pendolo diventano meno ampie a causa degli attriti, la durata di una singola oscillazione non cambia. La proprietà del pendolo di compiere oscillazioni di uguale durata si chiama *isocronìa*.

Possiamo usare il pendolo come strumento per misurare l'accelerazione di gravità. Infatti dalla formula del periodo possiamo ricavare che:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad da\ cui:$$

$$\boxed{g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}}$$

Quindi, possiamo realizzare un esperimento che ci permette di calcolare l'accelerazione di gravità del luogo in cui ci troviamo, attraverso la misura della lunghezza *l* del pendolo e della durata *T* di un'oscillazione completa.