Problemi di Fisica

Equilibrio Fluidi

PROBLEMA

Completa la seguente tabella:

Forza (N)	10	20	…	80
Superficie (m^2)	1	5	4	…
Pressione (bar)	10	…	50	5

SOLUZIONE

Tenendo presente la definizione di pressione:

$$\text{pressione} = \frac{\text{forza applicata}}{\text{superficie su cui agisce la forza}} \Rightarrow p = \frac{F}{S}$$

e le sue formule inverse:

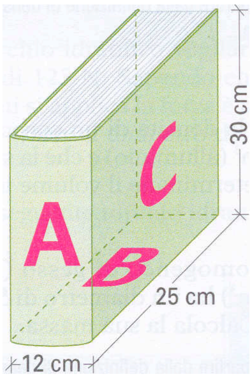
$$F = p \cdot S \qquad S = \frac{F}{p}$$

la tabella risulta così completata:

Forza (N)	10	20	**200**	80
Superficie (m^2)	1	5	4	**16**
Pressione (bar)	10	**4**	50	5

PROBLEMA

Sono dati 3 volumi di una enciclopedia uguali tra loro, ciascuno dei quali con massa di 2 kg.



1. Calcola la pressione quando un volume è appoggiato sulla faccia *A.*
2. Calcola la pressione quando un volume è appoggiato sulla faccia *B.*
3. Calcola la pressione quando un volume è appoggiato sulla faccia C.
4. Supponendo di dover sovrapporre i tre volumi appoggiandoli su un tavolo su una faccia a tuo piacere, determina la pressione massima e minima che essi possono esercitare.

SOLUZIONE

1. La pressione esercitata dal volume quando è appoggiato sulla faccia A è data da:

$$p_A = \frac{F}{S_A} = \frac{mg}{0{,}12 \cdot 0{,}30} = \frac{2 \cdot 9{,}8}{0{,}036} = 544 \text{ Pa}$$

dove la forza F non è altro che la forza peso esercitata dal libro sulla superficie A.

2. La pressione esercitata dal volume quando è appoggiato sulla faccia B è data da:

$$p_B = \frac{F}{S_B} = \frac{mg}{0{,}12 \cdot 0{,}25} = \frac{2 \cdot 9{,}8}{0{,}03} = 653 \text{ Pa}$$

dove la forza F non è altro che la forza peso esercitata dal libro sulla superficie B.

3. La pressione esercitata dal volume quando è appoggiato sulla faccia C è data da:

$$p_C = \frac{F}{S_C} = \frac{mg}{0{,}25 \cdot 0{,}30} = \frac{2 \cdot 9{,}8}{0{,}075} = 261 \text{ Pa}$$

dove la forza F non è altro che la forza peso esercitata dal libro sulla superficie C.

4. La pressione esercitata complessivamente dai tre volumi è massima quando questi sono appoggiati sul tavolo con la faccia A:

$$p_T = \frac{F_T}{S_C} = \frac{3 \cdot mg}{0{,}12 \cdot 0{,}30} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}036} = 1633 \text{ Pa}$$

dove la forza F_T non è altro che la forza peso totale esercitata dai tre volumi appoggiati sulle facce C.

La pressione esercitata complessivamente dai tre volumi è minima quando questi sono appoggiati sul tavolo con la faccia A:

$$p_T = \frac{F_T}{S_C} = \frac{3 \cdot mg}{0{,}25 \cdot 0{,}30} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}075} = 784 \text{ Pa}$$

dove la forza F_T non è altro che la forza peso totale esercitata dai tre volumi appoggiati sulle facce A.

PROBLEMA

Un laghetto ghiacciato può sopportare al massimo una pressione di 2,1 N/cm^2. Marco di 75 kg vorrebbe attraversarlo tenendo sulle spalle suo figlio Luigi di 22 kg.

a) Se l'area d'appoggio dei piedi di Marco è 420 cm^2 ci riesce senza sprofondare? Motiva la risposta.

b) Quale dovrebbe essere l'area d'appoggio dei suoi piedi per riuscirci?

SOLUZIONE

a) La pressione esercitata da Marco con il figlio sulle spalle è data da:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{(75+22) \cdot 9{,}8}{420} = 2{,}26 \, N/cm^2$$

dove la forza F non è altro che la forza peso esercitata da Marco e dal figlio, ecco per cui nella formula della pressione vi è la somma delle masse.
Poiché la pressione esercitata è maggiore di quella che il laghetto ghiacciato può sopportare, Marco e suo figlio sprofonderanno.

b) Dalla formula inversa della pressione ricaviamo l'area di appoggio che dovrebbe avere Marco per non sprofondare:

$$S = \frac{F}{p} = \frac{(75+22) \cdot 9{,}8}{2{,}1} = 453 \, cm^2$$

Nella formula di S il valore della pressione p è quello che il laghetto ghiacciato può sopportare.

PROBLEMA

Su una superficie circolare con diametro di 740 mm agisce, in direzione perpendicolare, una forza di 250 N. Calcola la pressione. Supponendo che la forza sia distribuita uniformemente sulla superficie, che cosa succede alla pressione se il diametro diventa la metà?

SOLUZIONE

La superficie su cui agisce la forza essendo circolare si calcola come:

$$S = \pi R^2 = 3{,}14 \cdot (0{,}370)^2 = 0{,}43\,m^2 \qquad \text{dove: } R = 370\text{ mm} = 0{,}370\text{ m}$$

Pertanto, la pressione è:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{250}{0{,}43} = 581\,Pa$$

Se il diametro si dimezza, la superficie diventa:

$$S = \pi R^2 = 3{,}14 \cdot (0{,}185)^2 = 0{,}107\,m^2$$

e la pressione aumenta:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{250}{0{,}107} = 2336\,Pa$$

In particolare, senza le approssimazioni nei calcoli, si può verificare che se il diametro dimezza, la pressione aumenta di quattro volte.

PROBLEMA

Una forza di 40 N, applicata perpendicolarmente su una superficie di forma quadrata, provoca una pressione di 500 Pa. Calcola il lato della superficie.

SOLUZIONE

A partire dalla definizione di pressione ricaviamo la formula della superficie su cui agisce la forza:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow S = \frac{F}{p} = \frac{40}{500} = 0{,}08\,m^2$$

Poiché la superficie è un quadrato, dalla formula dell'area ricaviamo il lato del quadrato:

$$S = L^2 \Rightarrow L = \sqrt{S} = \sqrt{0{,}08} = 0{,}283\,m = 28{,}3\,cm$$

PROBLEMA

Completa la seguente tabella:

Massa (kg)	10	150	...	...	120	200
Volume (m^3)	1	0,01	0,02	0,5	...	...
Densità (kg/m^3)	...	...	10000	2	30	50

a) Quale relazione di proporzionalità vi è tra massa e densità, a parità di volume?
b) Quale relazione di proporzionalità vi è tra volume e densità, a parità di massa?

SOLUZIONE

Tenendo presente la definizione di densità:

$$\text{densità} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

e le sue formule inverse:

$$(1) \quad m = \rho \cdot V \qquad (2) \quad V = \frac{m}{\rho}$$

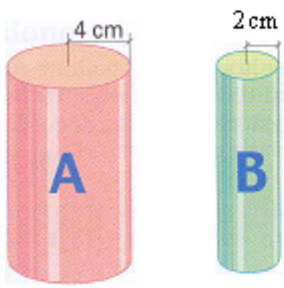
la tabella risulta così completata:

Massa (kg)	10	150	**200**	**1**	120	200
Volume (m^3)	1	0,01	0,02	0,5	**4**	**4**
Densità (kg/m^3)	**10**	**15000**	10000	2	30	50

Dalla relazione (1) si ricava che tra massa e densità, a parità di volume, esiste una proporzionalità diretta.

Dalla relazione (2) si ricava che tra volume e densità, a parità di massa, esiste una proporzionalità inversa

PROBLEMA



I solidi A e B hanno entrambi massa 5 kg:

a) Quale dei due solidi ha maggior densità?

SOLUZIONE

a) Dalla definizione di densità:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

si ricava che, a parità di massa, il cilindro che avrà il volume più piccolo avrà la densità maggiore.
Pertanto, poiché il cilindro B ha un raggio inferiore a quello del cilindro A, il suo volume è più piccolo e quindi ha la densità maggiore.

PROBLEMA

Un gas è contenuto in un cilindro a pistone mobile. Il cilindro ha un diametro di 24 cm e un'altezza di 32 cm. La massa del gas contenuto è 2 g.

a) Qual è la densità del gas?
b) Se il pistone si alzasse di 8 cm, quale diventerebbe la densità del gas?
c) Di quanto si dovrebbe alzare il pistone affinché la densità iniziale si dimezzi?

SOLUZIONE

a) Il volume di un cilindro si calcola come:

$$V = \pi R^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 0{,}12^2 \cdot 0{,}32 = 0{,}0145\, m^3$$

per cui, la densità del gas contenuto nel cilindro è:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}002}{0{,}0145} = 0{,}14\, kg/m^3$$

b) Se il pistone si alza di 8 cm la sua altezza diventa 40 cm, per cui il volume del cilindro assume il seguente valore:

$$V = \pi R^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 0{,}12^2 \cdot 0{,}40 = 0{,}018\, m^3$$

Pertanto, ad un aumento di volume corrisponderà una diminuzione della densità del gas:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}002}{0{,}018} = 0{,}11\, kg/m^3$$

c) Se la densità iniziale si dimezza, ossia assume il valore 0,07 kg/m^3, il volume corrispondente sarà:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}002}{0{,}07} = 0{,}0286\, m^3$$

e quindi, dalla formula del volume del cilindro ricaveremo di quanto s'innalzerà il pistone:

$$V = \pi R^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{0{,}0286}{3{,}14 \cdot 0{,}12^2} = 0{,}64\, m = 64\, cm$$

Attenzione all'uso delle unità di misura.

PROBLEMA

Un cilindro omogeneo di gesso con densità $\rho = 2{,}32 \cdot 10^3$ kg/m^3 ha un diametro di 5 cm e un'altezza di 12 cm. Calcolare la sua massa.

SOLUZIONE

A partire dalla definizione di densità, ricaviamo la massa come formula inversa:

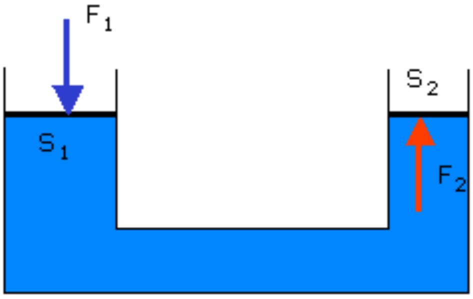
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 2{,}32 \cdot 10^3 \cdot 2{,}36 \cdot 10^{-4} = 0{,}55\, kg$$

dove il volume del cilindro di gesso va calcolato nel seguente modo:

$$V = S \cdot h = \pi R^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot (0{,}025)^2 \cdot 0{,}12 = 2{,}36 \cdot 10^{-4} m^3$$

Attenzione all'uso delle unità di misura.

PROBLEMA



In un torchio idraulico due pistoni separati da un fluido hanno diametro rispettivamente di 25 cm e 7,5 cm. Se sul primo viene applicata una forza di 50 N, trova quale forza si trasmette al secondo pistone. Quanto vale la pressione che sollecita i pistoni?

SOLUZIONE

Il torchio idraulico, come conseguenza del principio di Pascal, sfrutta la seguente relazione:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

da cui è possibile ricavare, note le superfici e la forza F_1, la forza che si trasmette sul secondo pistone:

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1} = 50 \cdot \frac{0{,}0044}{0{,}05} = 4{,}4 N$$

e dove le superfici dei pistoni, essendo circolari, si calcolano come:

$$S_1 = \pi R_1^2 = 3{,}14 \cdot (0{,}125)^2 = 0{,}05 \ m^2 \qquad S_2 = \pi R_2^2 = 3{,}14 \cdot (0{,}0375)^2 = 0{,}0044 \ m^2$$

PROBLEMA

Dimensiona un cilindro di un torchio idraulico, cioè stabilisci quale deve essere il diametro, in modo tale che, se su un pistone di superficie pari a 0,025 m^2 viene applicata una forza di 500 N, esso possa trasmettere una forza di 9500 N.

SOLUZIONE

Il torchio idraulico, come conseguenza del principio di Pascal, sfruttando la seguente relazione:

$$(1) \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

può essere dimensionato in maniera tale che data una forza, questa può essere trasmessa in un'altra zona del fluido con un'intensità maggiore.
Infatti, dalla (1) ricaviamo la superficie S_2:

$$S_2 = S_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} = 0{,}025 \cdot \frac{9500}{500} = 0{,}475 m^2$$

Dalla formula della superficie di un cerchio, ricaviamo il raggio e quindi il diametro che deve avere il cilindro del torchio idraulico:

$$S_2 = \pi R_2^2 \Rightarrow R_2 = \sqrt{\frac{S_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,475}{3,14}} = 0,389\,m \Rightarrow D = 2R = 2 \cdot 0,389 = 0,778\,m = 77,8\,cm$$

PROBLEMA

Hai un recipiente cilindrico alto 1 m contenente acqua.

1. Completa la seguente tabella dove l'altezza è quella della colonna d'acqua calcolata a partire dalla superficie libera e non dal fondo del recipiente;

Altezza (cm)	0,1	0,3	0,4	0,8
Pressione (Pa)	...	...	...	...

2. Quale tipo di proporzionalità intercorre tra altezza e pressione;

SOLUZIONE

1. Utilizzando la legge di Stevino:

$$p = \rho g h$$

e conoscendo la densità dell'acqua ($\rho = 10^3$ kg/m^3), la tabella viene così completata:

Altezza (m)	0,1	0,3	0,4	0,8
Pressione (Pa)	**981**	**2943**	**3924**	**7848**

2. Tra la pressione e l'altezza esiste una proporzionalità diretta.

PROBLEMA

Il fondo di un ampolla può sopportare al massimo una pressione di 10 000 Pa. Quale altezza massima può raggiungere nell'ampolla una colonnina di mercurio senza che essa esploda?

SOLUZIONE

L'altezza massima va calcolata come formula inversa della legge di Stevino:

$$p = \rho g h \Rightarrow h = \frac{p}{\rho g} = \frac{10000}{13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 0,075\,m = 7,5\,cm$$

dove $\rho = 13,6 \cdot 10^3$ kg/m^3 è la densità del mercurio (valore che si trova in tabella).

PROBLEMA

Determinare a quale profondità si deve scendere nell' oceano ($\rho = 0{,}103 \cdot 10^4$ kg/m^3) affinché si sia soggetti a una pressione di $5{,}05.10^5$ Pa.

SOLUZIONE

La profondità va calcolata come formula inversa della legge di Stevino:

$$p = \rho g h \Rightarrow h = \frac{p}{\rho g} = \frac{5{,}05 \cdot 10^5}{0{,}103 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81} = 50\,\text{m}$$

PROBLEMA

Nel Sole alla profondità di 50 m dalla superficie si registra una pressione di $1{,}92888 \cdot 10^7$ Pa; calcolare la densità media di questa stella, sapendo che l'accelerazione di gravità è 273,6 m/s^2.

SOLUZIONE

La densità va calcolata come formula inversa della legge di Stevino:

$$p = \rho g h \Rightarrow \rho = \frac{p}{gh} = \frac{1{,}92888 \cdot 10^7}{273{,}6 \cdot 50} = 1410\,\text{kg}/\text{m}^3$$

PROBLEMA

Calcolare la pressione entro un fluido a una profondità di 1,991 km, sapendo che una massa di tale fluido pari a 5120 kg occupa un volume di 5 m^3

SOLUZIONE

La pressione entro il fluido alla profondità di 1,991 km = $1{,}991 \cdot 10^3$ m si calcola attraverso l'applicazione della legge di Stevino:

$$p = \rho g h = 1024 \cdot 9{,}81 \cdot 1991 = 200 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 200\,\text{bar}$$

sapendo che la densità del fluido è data da:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5120}{5} = 1024\,\text{kg}/\text{m}^3$$

PROBLEMA

Quanto deve essere alto un tubo riempito di mercurio ($d = 13.590\ Kg/m^3$) per esercitrae sulla base una pressione di $2Atm$ sulla sua base?

Si tratta di un'applicazione inversa della legge di Stevino: tale esercizio ha lo scopo di familiarizzare con i calcoli.

Se

$$P = d \cdot g \cdot h$$

allora è ovvio che:

$$h = \frac{P}{g \cdot d}$$

Inserendo i valori numerici, dobbiamo fare attenzione nell'esprimere tutte le misure in unità del S.I. E' pertanto necessario trasformare la pressione in Pascal:

$$2Atm = 2 \cdot 1,013 \cdot 10^5\ Pa = 2,026 \cdot 10^5\ Pa$$

Quindi:

$$h = \frac{2,026 \cdot 10^5}{9,81 \cdot 13.590} = 1,52\ m$$

PROBLEMA

Una pompa idraulica deve sollevare l'acqua di una condotta fino ad un serbatoio posto su un grattacielo alto 130m. Quale pressione è necessaria per effettuare questa operazione?

E' ovvio che per sollevare un liquido ad una altezza h è necessario applicare una pressione almeno uguale a quella idrostatica prodotta dalla colonna di liquido alta h, ossia

$$P_{applicata} = P_{Stevino} = d \cdot g \cdot h$$

Nel nostro caso:

$$P_{applicata} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 130 = 1.275.300Pa = 12,6Atm$$

PROBLEMA

Su una fiancata di una nave si apre una falla di $75cm^2$ di area, a 4,5 metro sotto la superficie di galleggiamento. Sapendo che la densità dell'acqua marina è $d = 1030\ Kg/m^3$, calcola quale forza è necessario applicare dall'interno per opporsi all'apertura della falla

La forza F in questione sarà quella uguale e contraria alla forza dovuta alla pressione idrostatica esercitata dall'acqua marina a 4,5 metri di profondità sulla superficie della falla.

Se $P = \frac{F}{S}$, allora $F = P \cdot S$, quindi:

$$F = d \cdot g \cdot h \cdot S$$

Convertiamo la superficie in m^2: $75cm^2 = 0,75dm^2 = 0,0075m^2$, pertanto:

$$F = 1030 \cdot 9,81 \cdot 4,5 \cdot 0,0075 = 341N$$

PROBLEMA

Il petrolio intubato dentro ad un foro di trivellazione a causa delle spinte interne di natura geologica, ha una pressione verso l'alto di $2800N/cm^2$. Per contrastare la risalita del greggio si immette nel tubo una miscela di acqua e fango, di densità $d = 2,5 \cdot 10^3\ Kg/m^3$. Quanto deve essere alta la colonna di fango per contrastare adeguatamente la fuoriuscita del greggio?

La spinta del petrolio può essere contrastata grazie alla pressione idrostatica di una colonna di fango ed acqua di altezza h, affinchè la sua pressione equivalga a quella del greggio.
Se $P_{fango} = d_{fango} \cdot g \cdot h$ e $P_{fango} = P_{petrolio}$, allora:

$$h_{fango} = \frac{P_{petrolio}}{d_{fango} \cdot g}$$

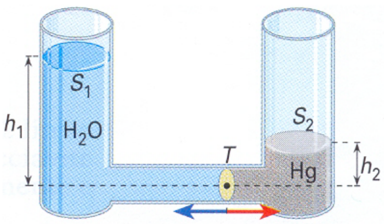
con $P_{petrolio}$ espressa però in unità del S.I., ossia in Pascal $= N/m^2$.
Convertendo, si ha, visto che $1cm^2 = 1 \cdot 10^{-4}m^2$,

$$P_{petrolio} = \frac{2800}{1 \cdot 10{-}4} = 2,8 \cdot 10^7$$

Inserendo i dati, si ha che:

$$h = \frac{2,8 \cdot 10^7}{2,5 \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 1141,7m$$

PROBLEMA



I due vasi comunicanti rappresentati in figura sono occupati in parte da acqua e in parte da mercurio. Sapendo che la densità del mercurio è di 13 600 kg/m^3 e che la sua altezza rispetto alla membrana scorrevole di separazione *T* è di 25 cm, determina l'altezza della colonna d'acqua necessaria per equilibrare quella di mercurio.

SOLUZIONE

Le pressioni esercitate dal mercurio e dall'acqua sulla membrana T sono date dalla legge di Stevino:

$$p_{acqua} = \rho_{acqua} \cdot g \cdot h_1 \qquad p_{mercurio} = \rho_{mercurio} \cdot g \cdot h_2$$

Affinché la colonna d'acqua possa equilibrare quella di mercurio deve avere un'altezza che si ricava dall'uguaglianza delle due pressioni:

$$p_{acqua} = p_{mercurio}$$

$$\rho_{acqua} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{mercurio} \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \cdot \frac{\rho_{mercurio}}{\rho_{acqua}} = 25 \cdot \frac{13,6 \cdot 10^3}{10^3} = 340\ \text{cm} = 3,40\ \text{m}$$

PROBLEMA

Una palla con raggio di 4 cm viene immersa prima nell'acqua ($\rho = 10^3$ kg/m^3), poi nell'olio ($\rho = 0{,}92 \cdot 10^3$ kg/m^3) e infine nel mercurio ($\rho = 1{,}360 \cdot 10^4$ kg/m^3). Quanto valgono le spinte di Archimede che i rispettivi fluidi esercitano su di essa?

SOLUZIONE

Il principio di Archimede, in forma matematica, si esprime attraverso la seguente formula:

$$S_A = \rho \cdot g \cdot V$$

dove:

- S_A = spinta di Archimede; ρ = densità del fluido; g = accelerazione di gravità; V = volume del fluido spostato

Pertanto, applicando la (1) ai vari liquidi nei quali la palla è immersa, si ottengono le seguenti spinte:

$$S_{acqua} = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4} = 2{,}63\,\text{N} \qquad S_{olio} = 0{,}92 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4} = 2{,}42\,\text{N}$$

$$S_{mercurio} = 1{,}360 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4} = 35{,}8\,\text{N}$$

dove il volume della palla, che è una sfera, si calcola come:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04^3 = 2{,}68 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3$$

PROBLEMA

Sono date due sfere *A* e *B* entrambe di volume 1 m^3. La sfera *A* è di ferro, *B* è d'oro.

1. Se vengono immerse in acqua ricevono la stessa spinta? Motiva la risposta.
2. Se A viene immersa nella benzina, riceve la stessa spinta che riceveva in acqua?
3. Calcola la spinta che riceve A prima in acqua e poi nella benzina.

SOLUZIONE

1. Il principio di Archimede, in forma matematica, si esprime attraverso la seguente formula:

   $$S_A = \rho \cdot g \cdot V$$

   per cui, le sfere A e B riceveranno la stessa spinta se vengono immerse in acqua in quanto hanno lo stesso volume V, sono sottoposte alla stessa accelerazione di gravità g e sono immerse nello stesso liquido ρ.

2. Se A viene immersa nella benzina riceverà una spinta minore di quella che riceveva in acqua, in quanto a parità di volume V, la densità della benzina ($\rho = 0{,}70 \cdot 10^3$ kg/m^3) è inferiore a quella dell’acqua.

3. Calcoliamo le spinte ricevute da A prima in acqua e poi nella benzina:

$$S_{acqua} = \rho \cdot g \cdot V = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 9810\,\text{N} \qquad S_{benzina} = \rho \cdot g \cdot V = 0{,}70 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 6867\,\text{N}$$

PROBLEMA

Calcolare la densità di un fluido, sapendo che immergendo in esso un corpo di volume pari a 64 cm^3, quest'ultimo subisce una spinta verso l'alto di 0,70 N.

SOLUZIONE

A partire dalla formula che esprime il principio di Archimede, calcoliamo la densità del fluido come formula inversa:

$$S_A = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho = \frac{S_A}{g \cdot V} = \frac{0{,}70}{9{,}81 \cdot 64 \cdot 10^{-6}} = 1115\, kg/m^3 \qquad \text{dove: } 1\ cm^3 = 10^{-6}\ m^3$$

PROBLEMA

Abbiamo misurato che una sfera, il cui raggio è di 3 cm, riceve, se immersa in acqua, una spinta verso l'alto di 0,183 N. Stabilire, motivando la risposta, se ci troviamo sulla superficie della Terra oppure su una base posta sulla Luna.

SOLUZIONE

Per stabilire in che luogo ci troviamo, sulla Terra o sulla Luna, dobbiamo calcolare l'accelerazione di gravità a cui è soggetta la sfera. Pertanto, dalla formula che esprime il principio di Archimede, calcoliamo g:

$$S_A = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow g = \frac{S_A}{\rho \cdot V} = \frac{0{,}183}{10^3 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-4}} = 1{,}62\, m/s^2$$

dove: $V_{sfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}03^3 = 1{,}13 \cdot 10^{-4}\ m^3$

Dal valore ricavato possiamo affermare che ci troviamo sulla Luna, infatti:

$$g_{luna} \approx \frac{1}{6} g_{terra} \approx \frac{1}{6} \cdot 9{,}81 \approx 1{,}64\, m/s^2$$

PROBLEMA

Un acquario è posto sopra una bilancia che misura una massa $m = 48Kg$. Si introducono cinque pesciolini rossi, ciascuno di volume pari a $3,3cm^3$. Quale valore della massa fornirà la bilancia dopo l'immersione dei pesciolini?

Ogni pesciolino subirà una spinta di Archimede per effetto dell'immersione in acqua: l'acqua spostata dal loro volume premerà però verso il basso, facendo aumentare il valore segnato dalla bilancia esattamente di una quantità pari alla spinta di Archimede complessiva:

$$S_{a_{TOT}} = 5 \cdot d_{acqua} \cdot V_{pesce} \cdot 9,81 = 5 \cdot 1000 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81 = 0,162N$$

Tale forza compete ad una massa di $0,0165Kg$, per cui la bilancia segnerà una massa finale di:

$$m_f = m_0 + 0,0165 = 48,0165Kg$$

PROBLEMA

Un fusto metallico vuoto di $m = 4Kg$ di massa e capacità di 5 litri viene completamente immerso attraverso una fune in una vasca piena di olio $d = 765Kg/m^3$. Calcolare la spinta di Archimede subita dal fusto e la tensione che deve avere la fune per mantenerlo in equilibrio all'interno del liquido.

Ricordando il concetto di Spinta di Archimede, basterà effettuare il seguente calcolo:

$$S_a = d_{olio} \cdot V_{fusto} \cdot 9,81$$

Ricordando che 1 litro $= 1dm^3$, si ha che $V_{fusto} = 0,005m^3$, quindi:

$$S_a = 765 \cdot 0,005 \cdot 9,81 = 37,52N$$

La tensione della fune τ sarà la forza uguale e contraria alla forza peso netta che agisce sul fusto, che è naturalmente la differenza fra la forza-peso che il fusto subirebbe fuori dal liquido e la spinta di Archimede. Tale differenza di forze si chiama anche perdita di peso. Si ha quindi che:

$$\tau = F_p - S_a = 4 \cdot 9,81 - 37,52 = 1,72N$$

PROBLEMA

Una cassa galleggia sulla superficie del mare, affondando per 1/3 del proprio volume. Calcolare la densità della sostanza di cui è fatta la cassa

La spinta di Archimede, e quindi il galleggiamento di un corpo solido immerso in un fluido, dipende dalla percentuale di volume immerso. Difatti, affinchè il corpo galleggi è necessario che:

$$F_P = S_a \Leftrightarrow d_{corpo} \cdot V_{TOT} = d_{liquido} \cdot V_{solido\,immerso}$$

Nel nostro caso, se il corpo affonda per 1/3 del proprio volume, significa che il rapporto fra volume immerso e volume totale è proprio 1/3, cioè:

$$\frac{V_{solido\,immerso}}{V_{TOT}} = \frac{1}{3}$$

quindi, dalla condizione di galleggiamento scritta prima:

$$d_{corpo} = \frac{V_{immerso}}{V_{TOT}} \cdot d_{liquido} = \frac{1}{3} \cdot 1030 = 343,33Kg/m^3$$

PROBLEMA

In un pezzo di legno (densità $0,5\,gr/cm^3$) di massa $800\,gr$ si pratica un foro di volume $200\,cm^3$, riempiendolo di piombo (densità $11\,gr/cm^3$). In acqua il corpo galleggia o affonda?

Trasformiamo le unità di misura:

- $d_{legno} = 0,5\ g/cm^3 = 500Kg/m^3$
- $m_{legno} = 800g = 0,8Kg$
- $V_{foro} = 200cm^3 = 0,0002m^3$
- $d_{piombo} = 11\ g/cm^3 = 11.000Kg/m^3$

Il volume del solido intero vale

$$V_{tot} = \frac{m_{legno}}{d_{legno}} = 0,0016\,m^3$$

.

Il volume della cavità vale $0,0002\,m^3$, quindi il volume netto del legno sarà di

$$V_{legno} = 0,0016 - 0,0002 = 0,0014\,m^3$$

La massa della cavità riempita di piombo vale:

$$m_{Piombo} = V_{foro} \cdot d_{Piombo} = 2,200\,Kg$$

La forza peso è data da $F_p = m \cdot g = d \cdot V \cdot g$.

Nel nostro caso specifico la massa è quella di due materiali diversi, a cui competono volumi diversi, quindi:

$$F_p = (m_{piombo} + m_{legno}) \cdot g = 29,43N$$

La spinta di Archimede è data dal peso del liquido che tutto il solido sposta quando lo si immerge completamente in acqua e vale:

$$S_a = V_{tot} \cdot d_{H_2O} \cdot g = 15,7N$$

Dal momento che si ha che $F_p > S_a$, il corpo, immerso nell'acqua, affonda!

PROBLEMA

Lo sportello di un sommergibile che si trova a 400 m di profondità nell'oceano subisce una forza di $2,026 \cdot 10^6\,N$. Calcolare la superficie dello sportello, sapendo che l'acqua marina ha densità $1,03\,gr/cm^3$

Si sfrutta la definizione di pressione P:

$$P = \frac{F}{S}$$

indicando con F e S rispettivamente forza e superficie. Invertendo la relazione, la superficie si troverà

$$S = \frac{F}{p}$$

La pressione si ottiene dalla legge di Stevino:

$$p = h \cdot d_{H_2O} \cdot g$$

ove h è l'altezza della colonna d'acqua che sovrasta lo sportello, ossia 400 m. Quindi possiamo impostare la soluzione

$$S = \frac{2,026 \cdot 10^6}{400 \cdot 1030 \cdot 9,8} = 0,502m^2$$

PROBLEMA

Un pallone areostatico di 10 m^3 di volume è pieno di elio $d_{He} = 0,178 \cdot 10^{-3} g/cm^3$. Calcolare quale è la forza con cui l'aria $d_{aria} = 1,292 \cdot 10^{-3} g/cm^3$ lo spinge in alto. Quale zavorra sarebbe necessaria per mantenere in equilibrio il pallone?

Ovviamente, la forza che spinge in alto il pallone è la forza netta dovuta alla differenza fra la spinta di Archimede subita dal pallone immerso completamente in aria e la forza peso. Visto che la densità dell'elio è minore di quella dell'aria, si comprende che la spinta S_a è sicuramente maggiore della forza peso F_P.

Bisogna fare attenzione alle unità di misura, trasformando le densità in unità del S.I. Ricordando che $1 g/cm^3 = 1 Kg/m^3$, si ha, con la solita formula:

$$F_{alto} = S_a = d_{aria} \cdot V_{pallone} \cdot 9,81 = 126,74N, \quad F_P = d_{He} \cdot V \cdot 9,81 = 17,46N$$

Essendo $S_a > F_P$, il pallone è spinto in alto da una forza netta di

$$F_{alto} = S_a - F_P = 109,3N$$

Se il pallone deve stare in equilibrio, è necessario contrastare questa forza verso l'alto con una zavorra verso il basso, la cui massa vale:

$$m_z = \frac{F_{Alto}}{9,81} = 11,12Kg$$