



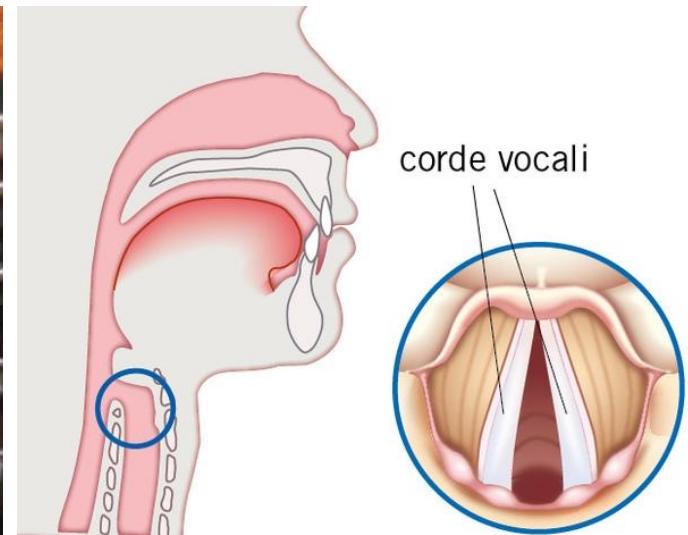
*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo*

*docente di Matematica e Fisica*

## PRODUZIONE E PROPAGAZIONE DELLE ONDE SONORE

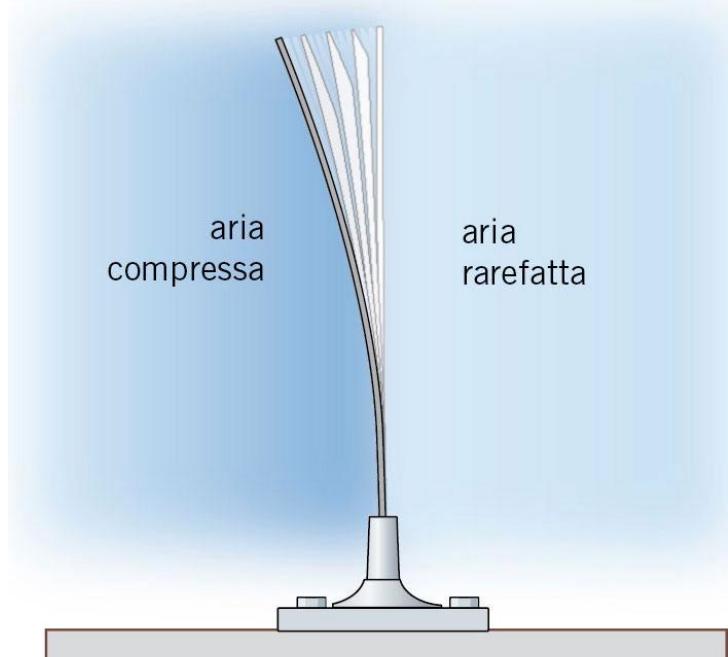
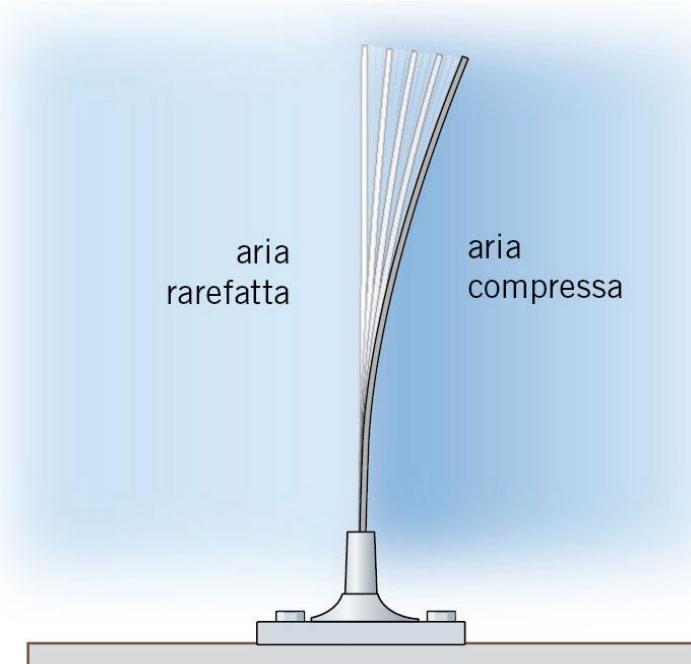
Il suono è dovuto a vibrazioni elastiche di una sorgente.

La vibrazione della sorgente viene trasmessa, sotto forma di onde sonore, all'aria o a un altro mezzo elastico.

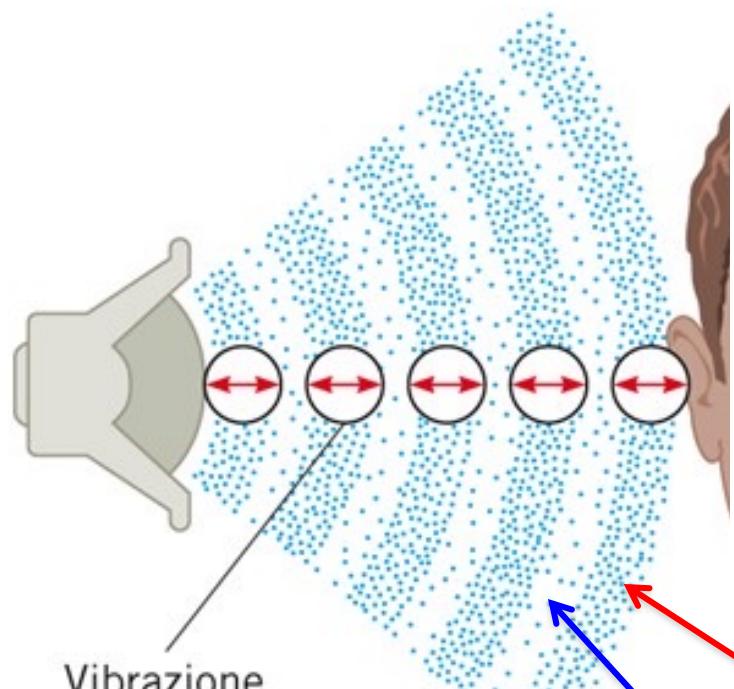


Le onde sonore sono **onde meccaniche**, la cui energia si può propagare unicamente attraverso un mezzo elastico.

Come tutte le onde elastiche, quelle sonore, quando si propagano in un fluido, sono onde di tipo longitudinale. Quando si propagano in un mezzo solido possono essere invece sia longitudinali sia trasversali.

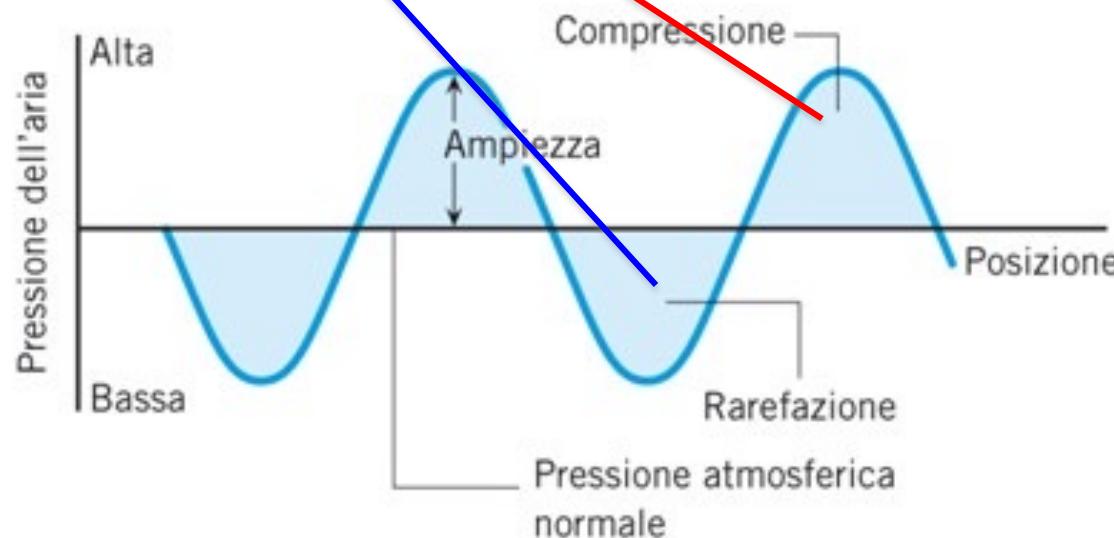


Il suono è un'onda longitudinale, generata da successive compressioni e rarefazioni del mezzo in cui si propaga. Quindi la grandezza fisica  $y$  che oscilla (varia) è la **pressione dell'aria**.

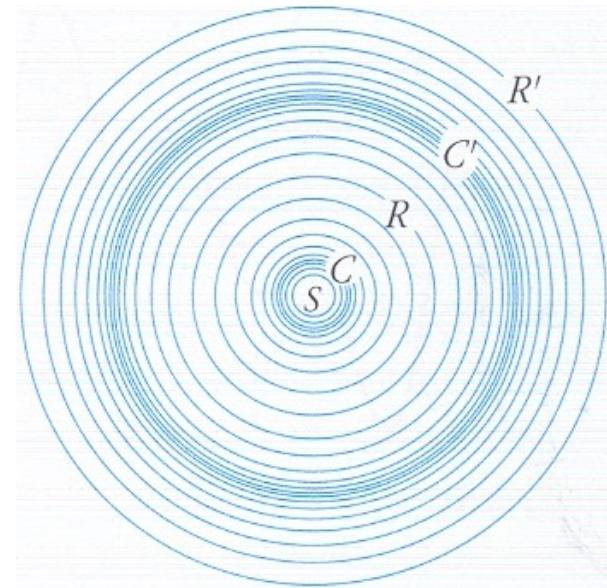


Vibrazione  
di una molecola  
d'aria

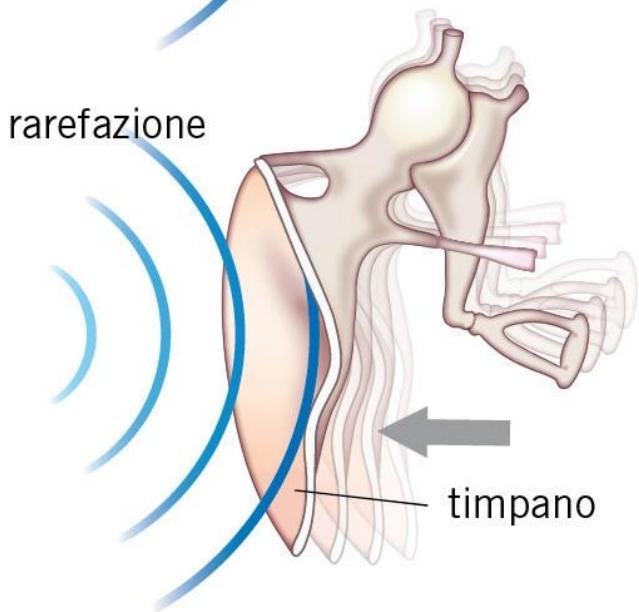
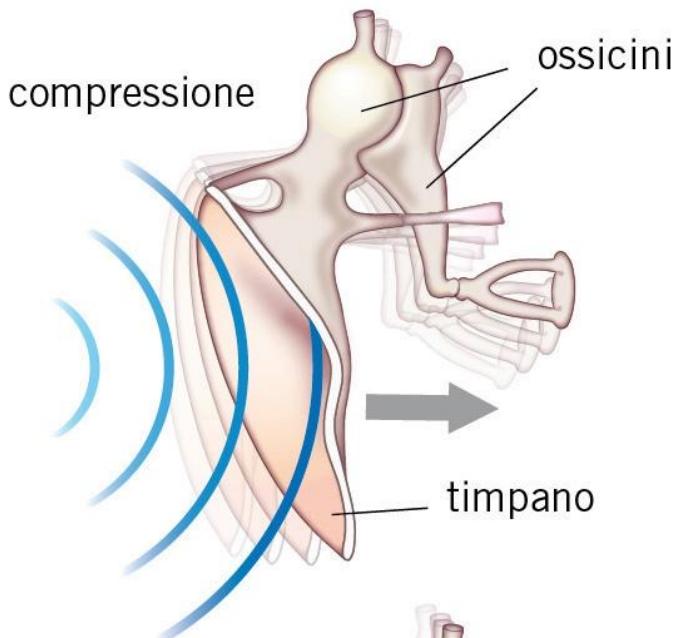
Le compressioni e le rarefazioni (variazione di pressione) prodotte dalla sorgente delle onde sonore non trasportano le molecole di aria, ma le fanno oscillare attorno alla loro posizione di equilibrio.



S è la sorgente di onde sonore puntiforme (per semplicità). Mentre S vibra, sono prodotte onde sferiche di compressione ( $C$ ,  $C'$ ) e di rarefazione ( $R$ ,  $R'$ ), cioè fronti d'onda sferici cui corrispondono valori di pressione alternativamente più elevati e più bassi. Ogni superficie sferica rappresenta un insieme di punti in cui la pressione dell'aria è costante.



**Attenzione:** avendo a che fare con onde, ciò che si propaga è il moto vibratorio e non le molecole: queste oscillano avanti e indietro nella direzione in cui viaggia la perturbazione, rimanendo localizzate, per effetto di forze di richiamo di tipo elastico, intorno alle rispettive posizioni di equilibrio.



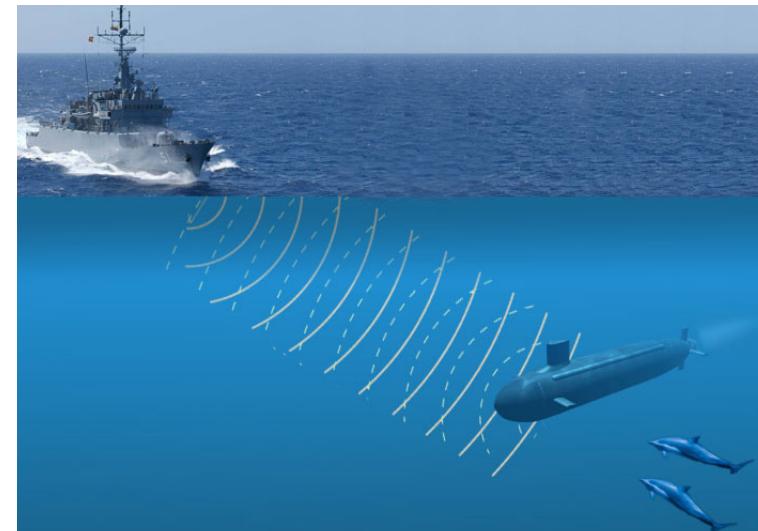
**Meccanismo uditivo - Il**  
Il movimento del timpano, prodotto dalla variazione di pressione (rarefazione e compressione dell'aria), è trasmesso, attraverso gli ossicini, alla chiocciola, struttura a spirale piena di liquido. Le oscillazioni del liquido eccitano delle terminazioni nervose che trasformano il segnale acustico in segnale elettrico che giunge al cervello tramite il nervo acustico.

Al di fuori dell'intervallo di frequenze udibili (da 20 Hz a 20000 Hz), le vibrazioni non sono più percepibili come suoni dall'orecchio umano. Tuttavia è consuetudine includere nell'acustica fisica anche le onde meccaniche non udibili.

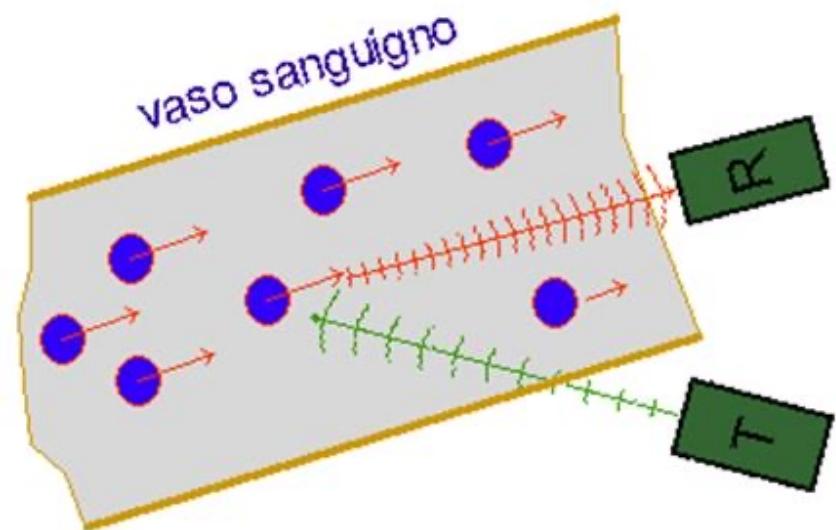
**Infrasuoni** - Onde con frequenze al di sotto di 20 Hz. Le onde sismiche ne sono un esempio.

**Ultrasuoni** - Onde con frequenze al di sopra del valore di 20000 Hz e fino a  $10^9$  Hz. Per la loro alta frequenza presentano proprietà simili a quelle delle onde elettromagnetiche.

**Applicazioni ultrasuoni:** *Sonar* (misure di profondità marine o di rivelazione di oggetti sommersi);



2) Per scoprire imperfezioni o fratture nascoste all'interno di strutture metalliche; 3) In campo medico sfruttando l'effetto Doppler per misurare il flusso sanguigno o, nelle *ecografie*, come mezzo per osservare, senza effetti collaterali dannosi, l'interno del corpo umano, con tecniche simili a quelle radiografiche utilizzate nella diagnostica a raggi X.





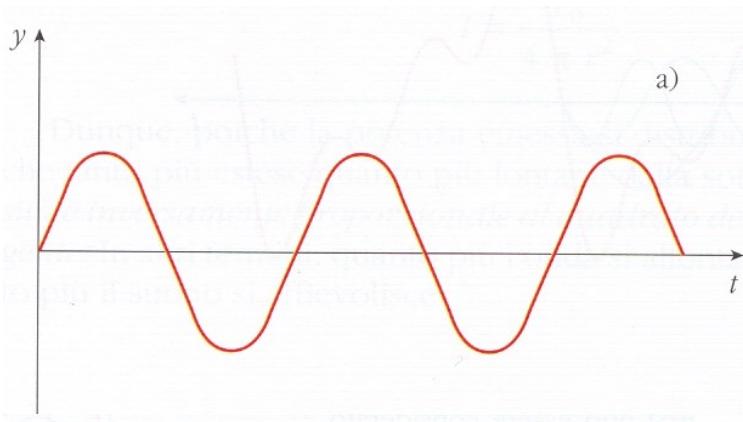
Intervalli di frequenze emesse (in rosso) e percepite (in blu) da diversi esseri viventi.

Mezzo	Temperatura (°C)	$v_L$ (m/s)	$v_T$ (m/s)
biossido di carbonio	0	259	-
aria atmosferica (secca)	0	331	-
aria atmosferica (secca)	20	343	-
azoto	0	337	-
vapore d'acqua	100	405	-
idrogeno	0	1286	-
ossigeno	0	316	-
ossido di carbonio	0	337	-
acqua	0	1402	-
acqua	20	1480	-
acqua di mare	20	1521	-
rame	20	4760	2300
piombo	20	2160	700
acciaio	20	5980	3300
ferro	20	5950	3200
zinco	20	3900	2320
vetro	20	5600	3400

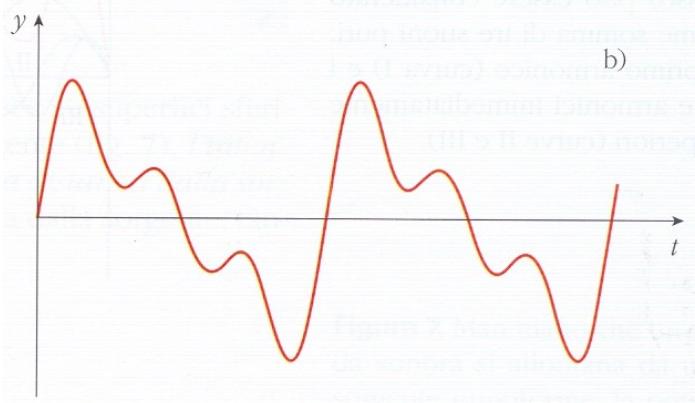
Come tutte le onde, anche il suono ha una sua velocità di propagazione che dipende dal materiale in cui si propaga e da altre caratteristiche fisiche come la temperatura e la pressione.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

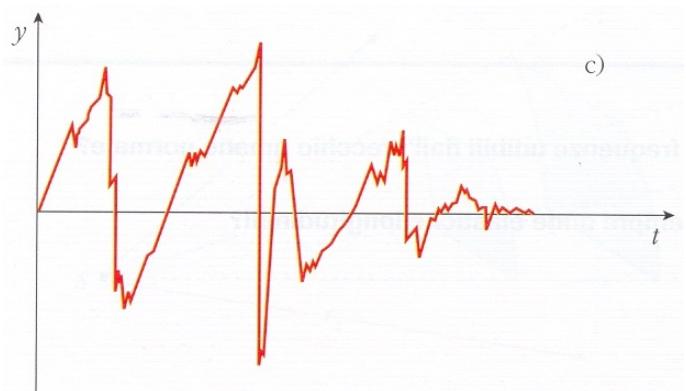
In generale le onde sonore possono essere:



**Suono puro:** per un'onda sonora che si propaga nell'aria o in un altro mezzo materiale, la pressione, la densità e la posizione delle particelle del mezzo variano nel tempo con una legge sinusoidale.



**Suono complesso:** la pressione, la densità e la posizione delle particelle del mezzo variano con una legge periodica non sinusoidale.



**Rumore:** la perturbazione che si propaga nel mezzo non presenta periodicità.

Ovviamente analizzeremo onde sonore sinusoidali (che seguono una legge di tipo sinusoidale studiata nel moto ondulatorio).

Ma se l'onda non è sinusoidale, purché sia periodica, può ugualmente studiata. Infatti è possibile approssimarla con precisione arbitraria attraverso la sovrapposizione di un numero sufficientemente grande di onde sinusoidali (teorema di Fourier).

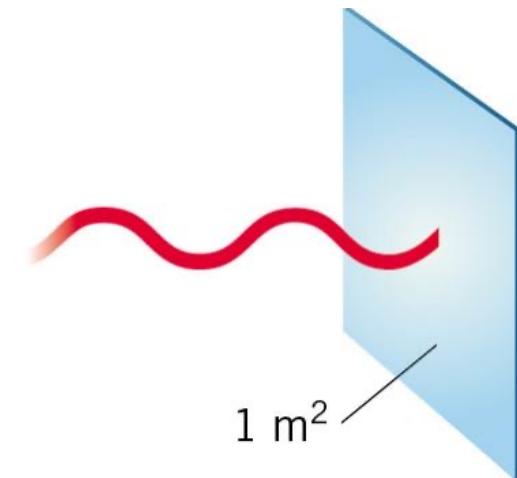
Il [teorema di Fourier](#) (1786-1830), insieme al principio di sovrapposizione, ci permette di considerare qualsiasi suono periodico come la sovrapposizione di più suoni puri. Quello con frequenza più bassa è chiamato *fondamentale* o *primo armonico*, mentre quelli le cui frequenze sono multipli interi della frequenza fondamentale vengono chiamati *armonici superiori*.

Le grandezze fisiche che caratterizzano il suono sono:  
**intensità, altezza, timbro.**

La grandezza che ci permette di valutare la quantità di energia trasportata da un'onda sonora e di differenziare quindi un suono forte da un suono debole è **l'intensità**.

### Intensità di un suono

L'intensità  $I$  di un suono è la quantità di energia che attraversa, per unità di tempo, l'unità di superficie disposta perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda sonora:



intensità sonora ( $\text{W/m}^2$ )

energia (J)

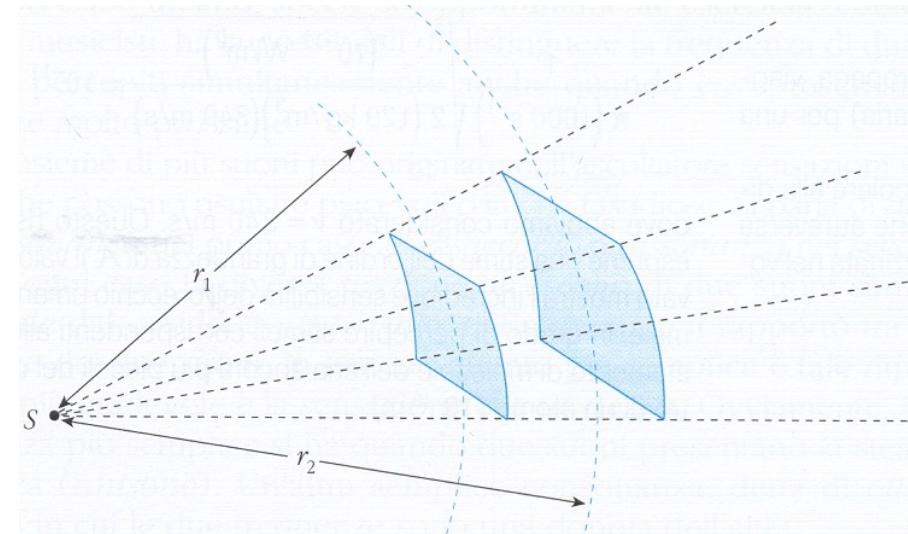
$$I = \frac{E}{A\Delta t}$$

area ( $\text{m}^2$ )

unità di misura :  $[\text{W / m}^2]$

intervallo di tempo (s)

Se l'onda sonora è emessa da una sorgente puntiforme immersa in un mezzo omogeneo e isotropo, essa si propaga nello spazio per fronti d'onda sferici. L'intensità sonora sulla superficie sferica di raggio  $r$  è:



$$I = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

dove  $P_0 = \frac{E}{\Delta t}$  potenza totale emessa dalla sorgente  
 $A = 4\pi r^2$  superficie sferica

*L'intensità dell'onda sonora è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente* (più l'onda si allontana dalla sorgente, tanto più il suono si affievolisce).

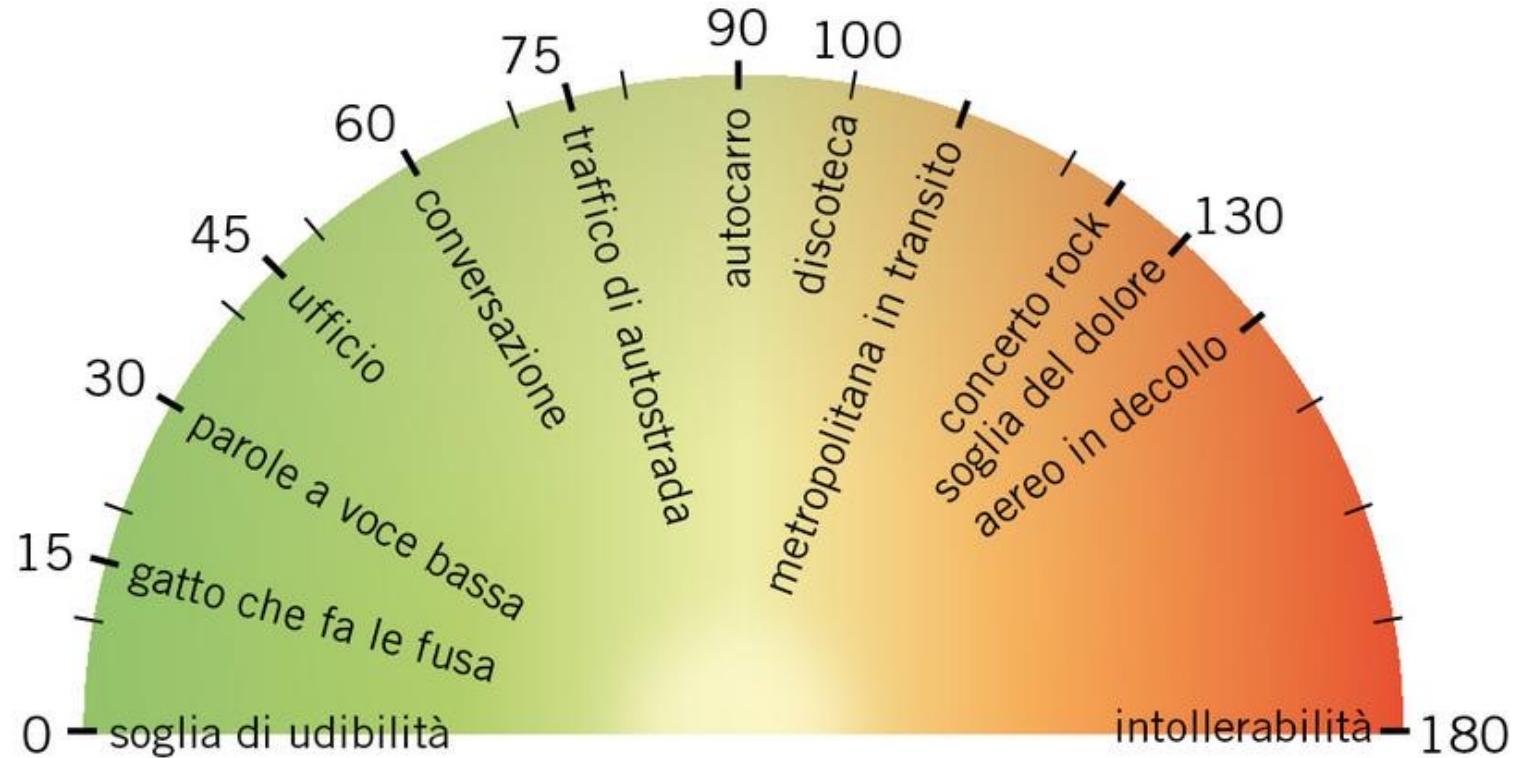
La sensazione sonora percepita dall'orecchio cresce secondo una legge logaritmica (se l'intensità aumenta di dieci, cento, mille volte, noi percepiamo un suono due, tre, quattro volte più "forte").

Pertanto, nel SI il livello di intensità sonora si misura in decibel (dB), così definito:

$$L_s = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

- I=intensità del suono
- $I_0=10^{-12} \text{ W/m}^2$  soglia di udibilità (intensità minima che deve avere un suono perché possa essere percepito dall'orecchio)

Leggiamo i seguenti valori in scala logaritmica:



$$L_s = 10 \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) \xrightarrow{\text{definizione logaritmo}} I = 10^{\frac{L_s}{10}} \cdot I_0$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Un suono è tanto più acuto quanto più elevata è la frequenza di vibrazione della sorgente sonora e conseguentemente dell'onda. Questa caratteristica è espressa dall'**altezza** del suono:

### Altezza di un suono

Permette di distinguere i suoni acuti (o alti) da quelli gravi (o bassi), ed è quantitativamente espressa dalla *frequenza del suono*, se il suono è puro, o dalla frequenza dell'armonica fondamentale se è complesso.

L'orecchio umano (come quello dei musicisti), ha la possibilità di distinguere suoni anche quando essi presentano frequenze molto prossime. L'insieme di più suoni può risultare "piacevole" (*accordo o consonanza*) o "fastidio" (*disaccordo o dissonanza*).

Nota	Rapporto	Frequenza (Hz)
Do	1 : 1	261.6
Re	9 : 8	294.3
Mi	5 : 4	327.0
Fa	4 : 3	348.8
Sol	3 : 2	392.4
La	5 : 3	436.0
Si	15 : 8	490.5
Do	2 : 1	523.3

La scala musicale è una successione di sette suoni principali (*note*), caratterizzati da intervalli determinati. Considerando il Do come suono fondamentale (264 Hz), le note della scala sono caratterizzate dalle frequenze riportate in tabella, insieme al rapporto con la frequenza della nota fondamentale.

La consonanza più semplice si ha quando due suoni, che arrivano simultaneamente all'orecchio, presentano la stessa frequenza (*unisono*). Un'altra semplice consonanza (*ottava*), è quella in cui le due frequenze sono una doppia dell'altra.

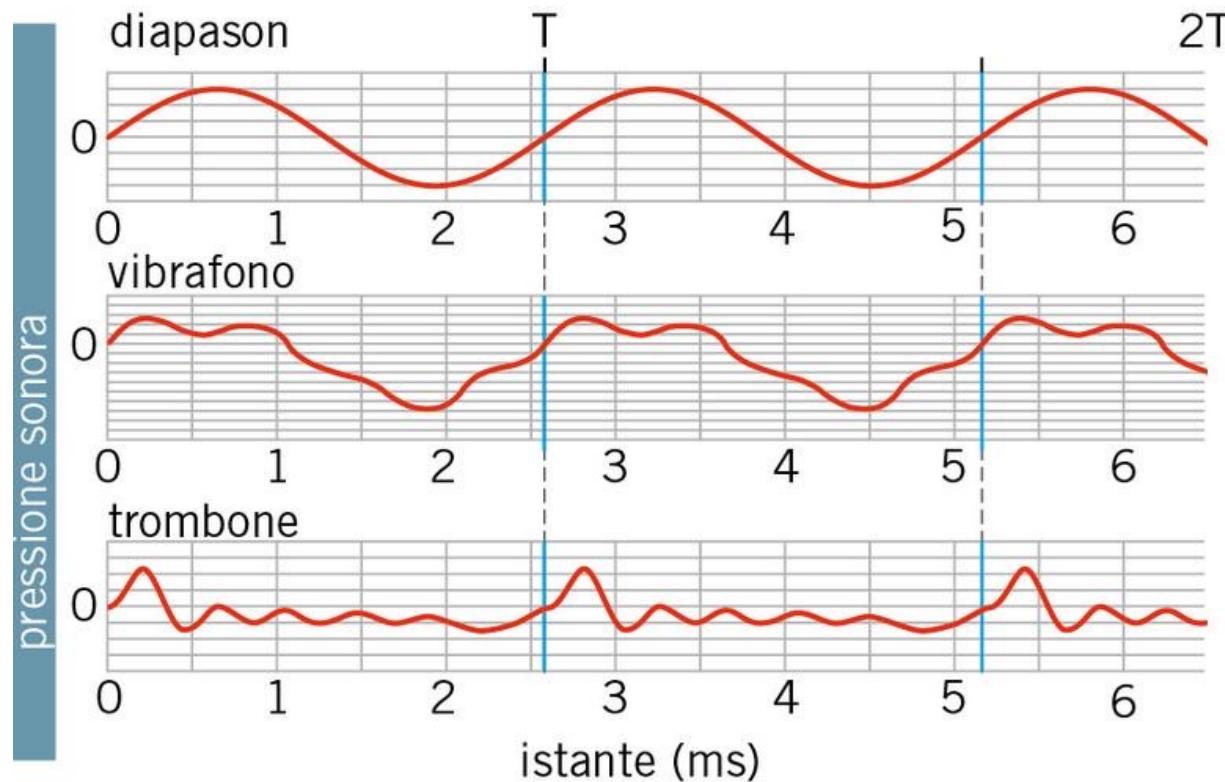
Il **timbro** è quella caratteristica del suono che ci consente di distinguere due strumenti diversi (un pianoforte e una tromba), che emettono la stessa nota (quindi onde sonore della stessa frequenza) con la stessa intensità.

### **Timbro di un suono**

E' la proprietà che distingue suoni identici per intensità e altezza, ma provenienti da sorgenti diverse. Suoni di timbro diverso differiscono per la forma della funzione periodica che descrive l'onda in funzione del tempo.

La differenza di timbro dipende dal fatto i suoni non sono semplici, ma presentano, oltre al suono fondamentale che ne fissa la frequenza, una varietà di armoniche, ognuna con una propria frequenza e una propria ampiezza, che fanno variare la forma della vibrazione.

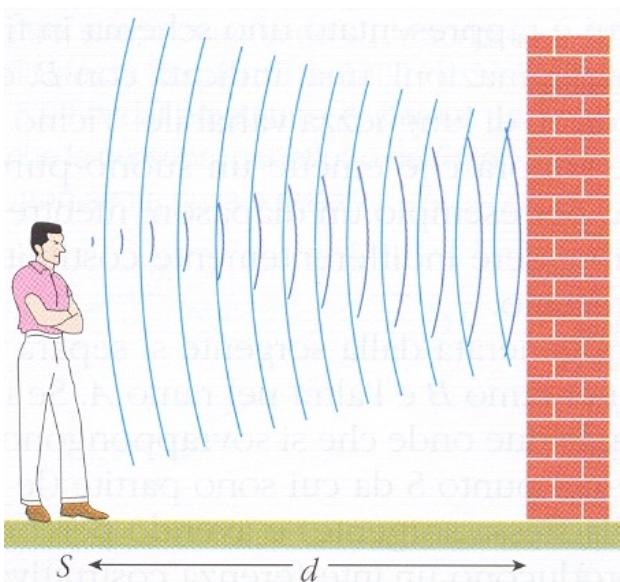
Quindi, ogni strumento musicale ha un proprio timbro a cui corrisponde un tipo particolare di onda periodica.



Variazione di pressione dell'aria nel tempo (x fissato) quando la stessa nota Sol è emessa da tre strumenti diversi. Le tre onde hanno tutte lo stesso periodo (2,6 ms) e quindi stessa frequenza (circa 390 Hz), ma forme diverse.

## eco e rimbombo

Il suono si riflette sulle superfici come tutte le onde elastiche. Conseguenze della riflessione delle onde sonore sono i fenomeni del **rimbombo** e dell'**eco**.



Due suoni brevi sono percepiti distintamente (**eco**) solo se distanziati per 1/10 di secondo. Se il suono riflesso arriva prima di 1/10 di secondo dall'istante in cui è stato emesso il suono, si ha una sovrapposizione delle due onde sonore (**rimbombo**).

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \xrightarrow{\substack{v=340 \text{ m/s} \\ \Delta t=0,1 \text{ s}}} d = \frac{v \cdot \Delta t}{2} = \frac{340 \cdot 0,1}{2} = 17 \text{ m}$$

$d < 17 \text{ m} \Rightarrow \text{rimbombo}$

$d > 17 \text{ m} \Rightarrow \text{eco}$

## effetto Mach

Quando la sorgente sonora si muove con velocità uguale o superiore a quella dell'onda sonora emessa, si ha **un'onda supersonica**.

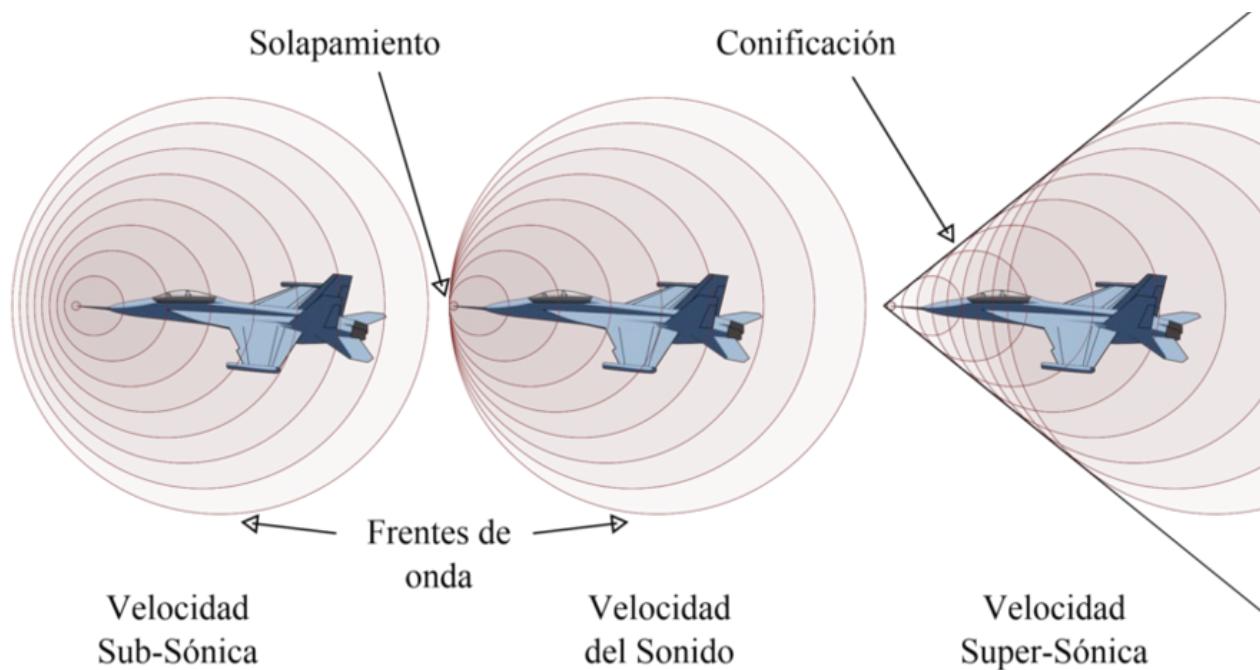
Per indicare la velocità supersonica si introduce il numero di Mach (Ma) (rapporto tra la velocità del velivolo  $V$  e quella del suono  $v$ ):

$$Ma < 1 \Rightarrow V < v$$

$$Ma = 1 \Rightarrow V = v$$

$$Ma = 2 \Rightarrow V = 2v$$

Un aereo con velocità prossima a quella del suono, produce un'onda d'urto che viene percepita come un forte rumore (bang). Si dice che la sorgente in movimento (l'aereo) sta superando il *muro del suono*.



$$1) \text{ Ma} < 1 \Rightarrow V < v$$

$$2) \text{ Ma} = 1 \Rightarrow V = v$$

$$3) \text{ Ma} > 1 \Rightarrow V > v$$

- 1) I fronti d'onda precedono l'aereo.
- 2) L'aereo si muove insieme ai fronti d'onda emessi. Questi, sovrapponendosi, producono un fronte di compressione, cioè un'onda d'urto che precede l'aereo.
- 3) L'aereo lascia indietro i fronti d'onda che emette e il fronte di compressione assume la forma di un cono, caratterizzato da un aumento di pressione notevole, che in alcuni casi può arrivare a danneggiare ciò che incontra.

Quando un'ambulanza si muove verso di noi sentiamo che la sirena emette un suono più acuto (frequenza più alta) di quello che udiamo quando la stessa ambulanza è ferma; quando l'ambulanza si allontana, il suono che percepiamo è più grave (frequenza più bassa). E' un esempio di effetto Doppler (1803-1853).

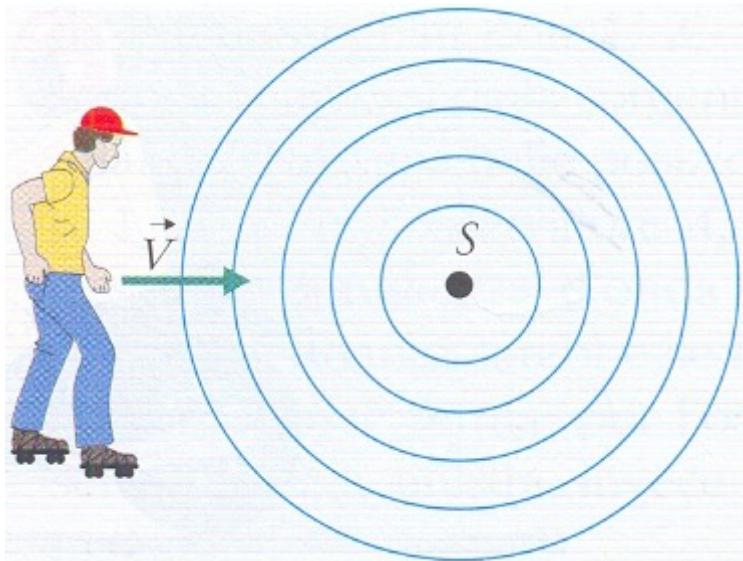
## **Effetto Doppler**

La frequenza di un'onda periodica, rilevata da un ricevitore in moto rispetto alla sorgente dell'onda, è diversa da quella rilevata da un ricevitore in quiete rispetto alla sorgente.

Naturalmente, l'effetto Doppler vale anche per la luce.

Analizziamo più da vicino l'effetto Doppler.

### Sorgente ferma, osservatore in moto



Un osservatore che si muove con velocità  $V$  verso la sorgente sonora ferma, intercetta nell'unità di tempo un numero maggiore di massimi dell'onda sonora che non stando fermo. Per questo motivo egli **percepisce una frequenza maggiore di quella della sorgente**:

$$f_o = \left(1 + \frac{V}{v_s}\right) f_s \Rightarrow f_o > f_s$$

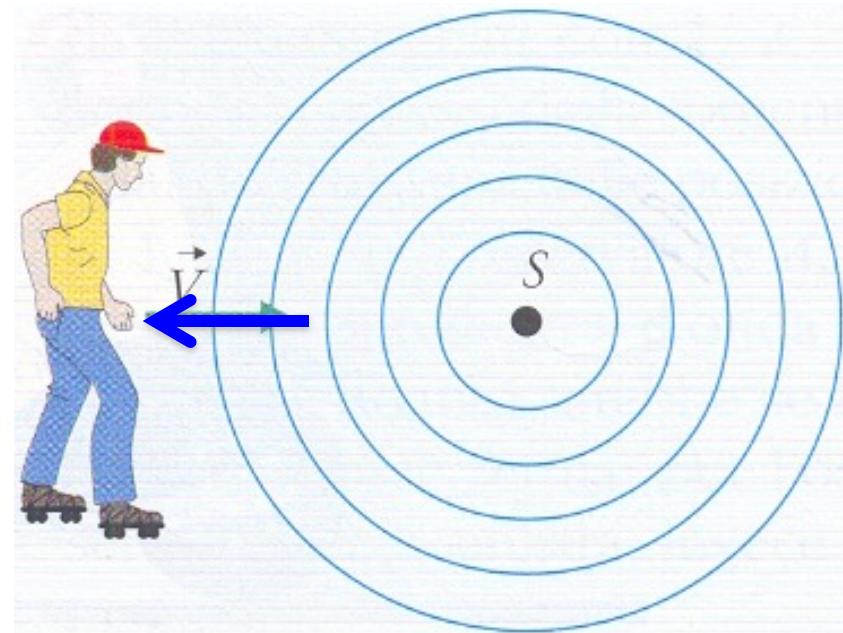
$V$  = velocità osservatore

$v_s$  = velocità onda sonora

$f_o$  = frequenza percepita dall'osservatore

$f_s$  = frequenza onda sonora

Se invece l'osservatore si allontana dalla sorgente riceve, nell'unità di tempo, un numero inferiore di massimi. In questo caso la frequenza percepita è minore di quella della sorgente:



$$f_o = \left(1 - \frac{v}{v_s}\right) f_s \Rightarrow f_o < f_s$$

$v$  = velocità osservatore

$v_s$  = velocità onda sonora

$f_o$  = frequenza percepita dall'osservatore

$f_s$  = frequenza onda sonora

In forma generale:

### **EFFETTO DOPPLER CON SORGENTE FERMA E OSSERVATORE IN MOTO**

Se una sorgente sonora in quiete (rispetto al mezzo di propagazione del suono) emette un suono di frequenza  $f_s$ , un osservatore in moto, con velocità di modulo  $V$ , lungo una retta passante per la posizione della sorgente percepisce la frequenza:

$$f_o = \left( 1 \pm \frac{V}{v_s} \right) f_s$$

$V$  = velocità osservatore;  $v_s$ =velocità onda sonora

$f_o$ =frequenza percepita dall'osservatore;  $f_s$ =frequenza onda sonora

$+$ =osservatore in moto che si avvicina alla sorgente

$-$ =osservatore in moto che si allontana dalla sorgente

## Sorgente in moto, osservatore fermo



$$f_o = \frac{v_s}{v_s - V} f_s \Rightarrow f_o > f_s$$

$V$  = velocità sorgente

$v_s$  = velocità onda sonora

$f_o$  = frequenza percepita dall'osservatore

$f_s$  = frequenza onda sonora

Se la sorgente è in moto verso l'osservatore, i fronti dell'onda sonora, visti da un osservatore fermo, non sono più sfere concentriche, ma sfere il cui centro si sposta nel tempo insieme alla sorgente.

La lunghezza d'onda  $\lambda_o$  che percepisce è minore di  $\lambda$ , ossia di quella che percepirebbe se la sorgente fosse ferma: l'osservatore **percepisce una frequenza maggiore di quella della sorgente**.



Se invece la sorgente si allontana, la lunghezza d'onda  $\lambda_o$  percepita dall'osservatore è maggiore di  $\lambda$ : **l'osservatore percepisce una frequenza minore di quella della sorgente.**

$$f_o = \frac{v_s}{v_s + V} f_s \Rightarrow f_o < f_s$$

$V$  = velocità sorgente

$v_s$  = velocità onda sonora

$f_o$  = frequenza percepita dall'osservatore

$f_s$  = frequenza onda sonora

In forma generale:

### EFFETTO DOPPLER CON SORGENTE IN MOTO E OSSERVATORE FERMO

Se un osservatore in quiete (rispetto al mezzo di propagazione del suono) riceve un suono emesso, con frequenza  $f_s$ , da una sorgente in *moto*, con velocità di modulo  $V$ , lungo una retta passante per la posizione dell'osservatore, la frequenza che percepisce è:

$$f_o = \frac{v_s}{v_s \mp V} f_s$$

$V$  = velocità sorgente;  $v_s$ =velocità onda sonora

$f_o$ =frequenza percepita dall'osservatore;  $f_s$ =frequenza onda sonora

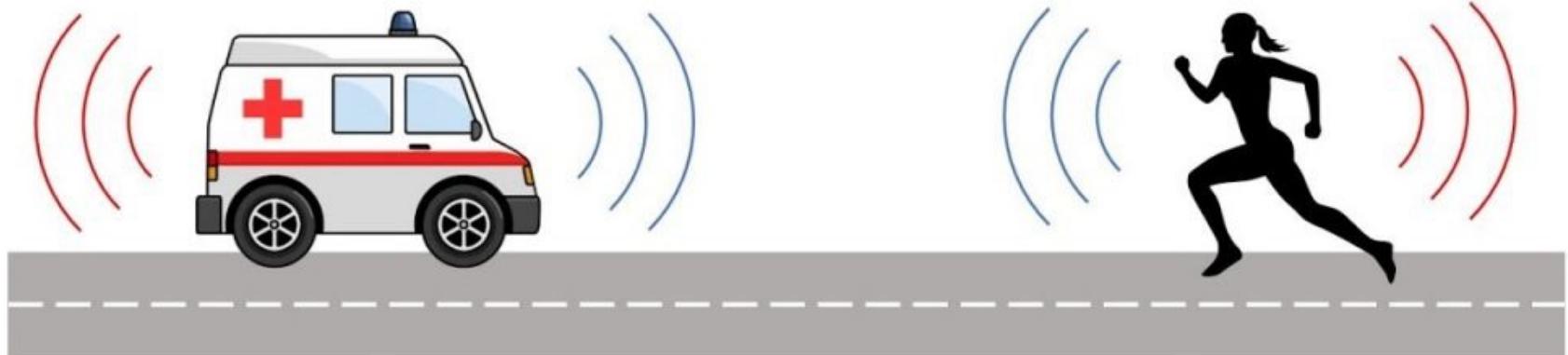
$-$ =sorgente che si avvicina all'osservatore

$+$ =sorgente che si allontana dall'osservatore

## Sorgente e osservatore in movimento

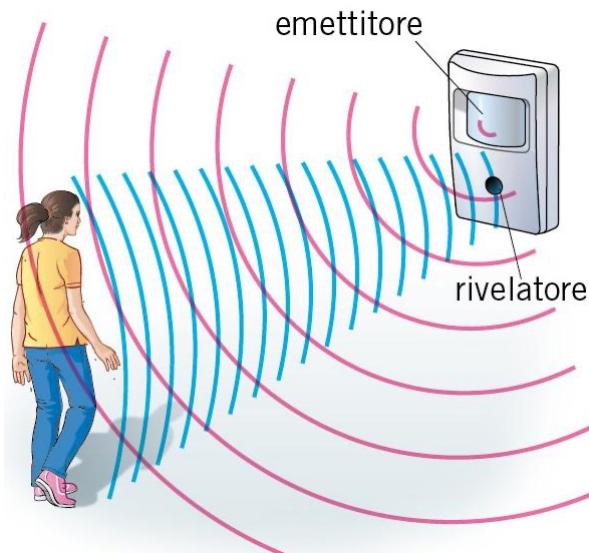
SORGENTE

OSSERVATORE

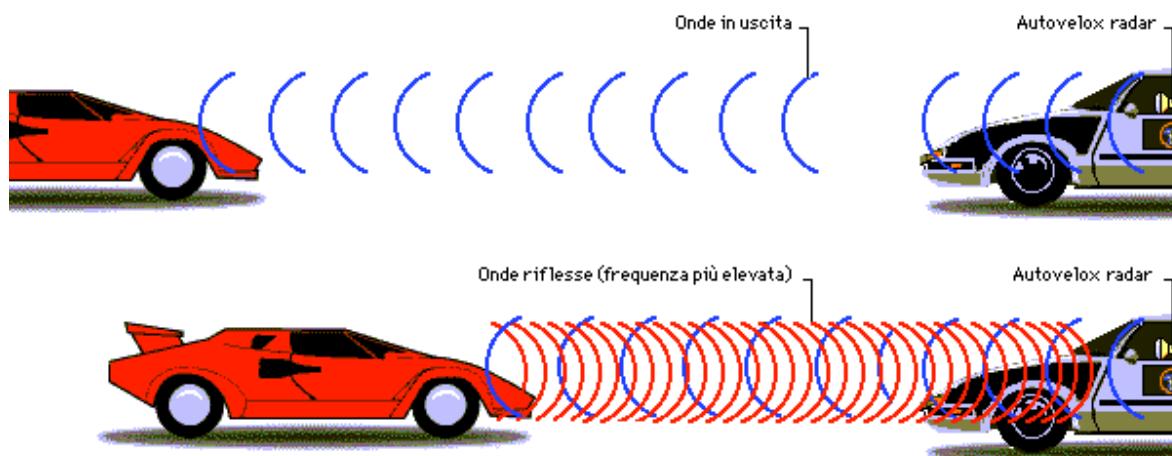


$$f_{\text{osservatore}} = \frac{v_{\text{onda}} \pm v_{\text{osservatore}}}{v_{\text{onda}} \mp v_{\text{osservatore}}} \cdot f_{\text{sorgente}}$$

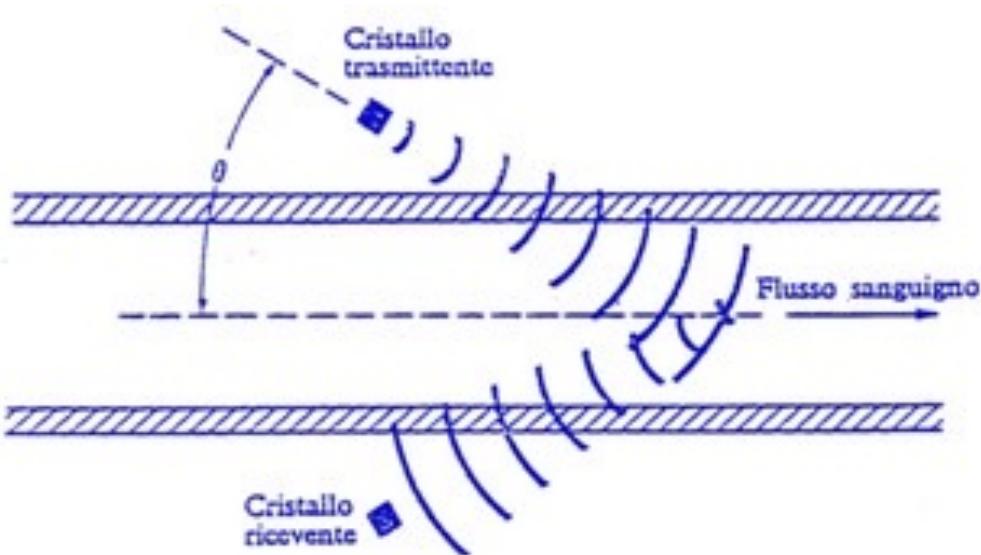
## Applicazioni effetto Doppler



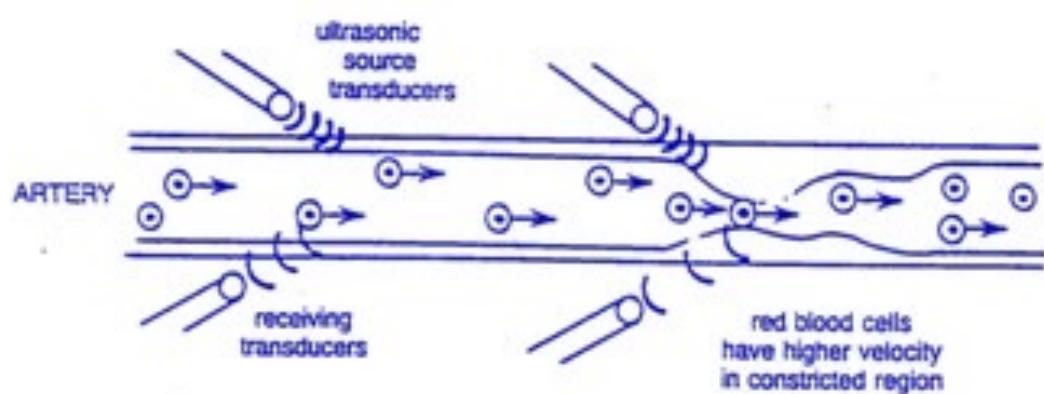
Il sensore rimane inattivo se la frequenza dell'onda riflessa è minore o uguale di quella emessa (le persone sono ferme o si stanno allontanando dalla porta), mentre ordina l'apertura della porta se la frequenza dell'onda riflessa è maggiore di quella dell'onda emessa (la persona si sta avvicinando alla porta).



Lo stesso principio è utilizzato dagli autovelox.



Mediante l'effetto Doppler è possibile controllare il flusso ematico all'interno di un vaso sanguigno non invasivamente.

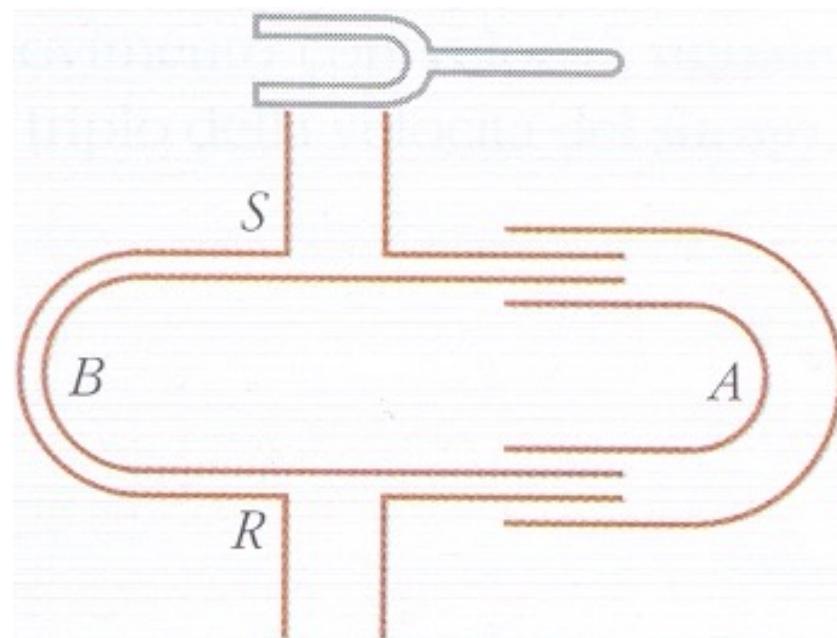


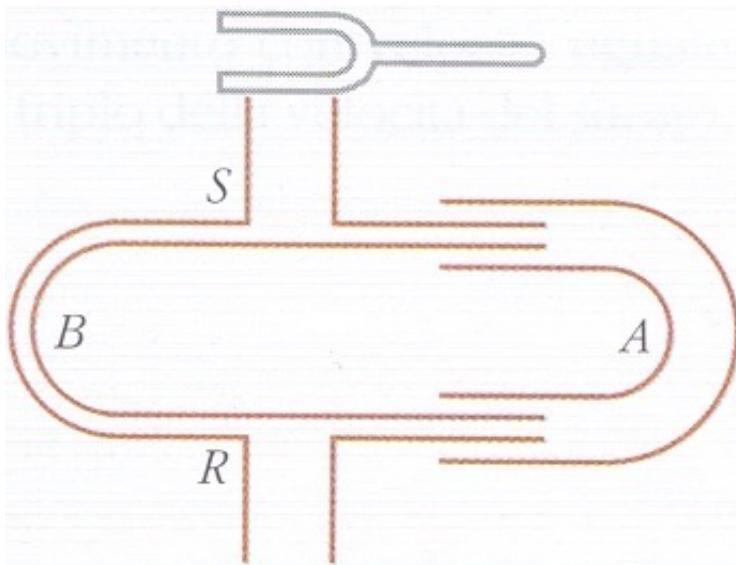
Dalla variazione di frequenza dell'onda riflessa dai globuli rossi in movimento si ricava la velocità di efflusso.

## INTERFREENZA E DIFFRAZIONE DEL SUONO

La natura ondulatoria del suono può essere confermata verificando che esso dà luogo a fenomeni di diffrazione e di interferenza.

Un dispositivo per far interferire due onde sonore è il **tubo di Quincke**. Ci sono due diramazioni: *B* di lunghezza fissa e *A* di lunghezza variabile. Vicino all'apertura *S* si pone una sorgente sonora (diapason) che emette un suono puro di una certa lunghezza d'onda  $\lambda$ , mentre in *R* si mette un ricevitore (microfono o orecchio).





L'onda sonora generata in S si separa in due parti: una si propaga nel ramo B e l'altra nel ramo A. Al ricevitore S che onda arriva?

Variando la lunghezza del ramo A, si può fare in modo di avere in S un suono rinforzato (interferenza costruttiva) o più debole (interferenza distruttiva).

### INTERFERENZA COSTRUTTIVA

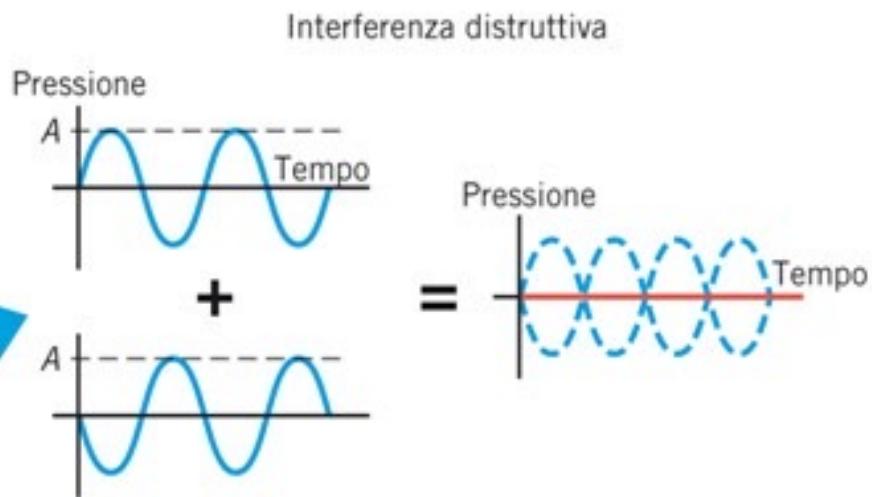
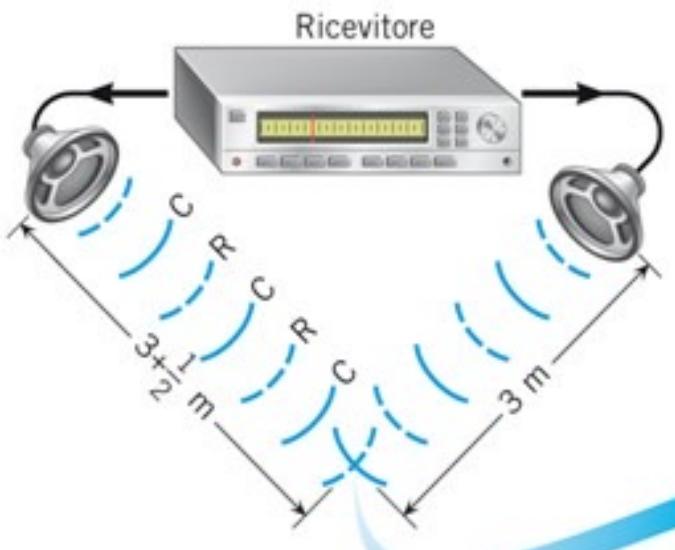
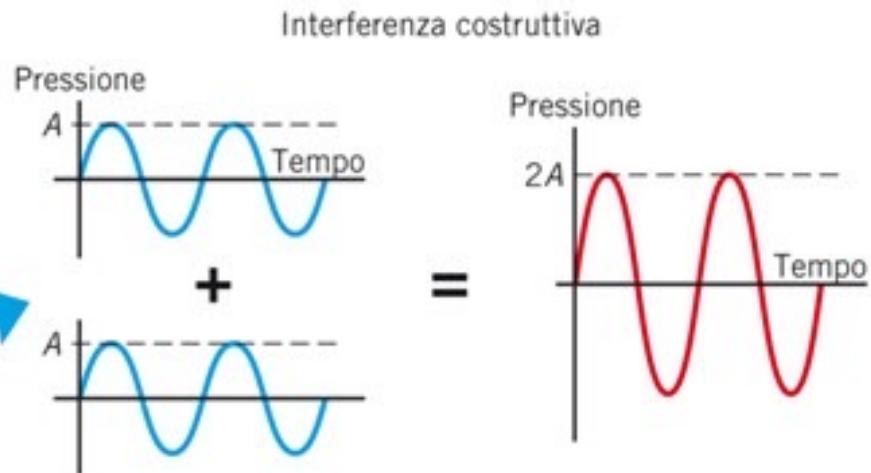
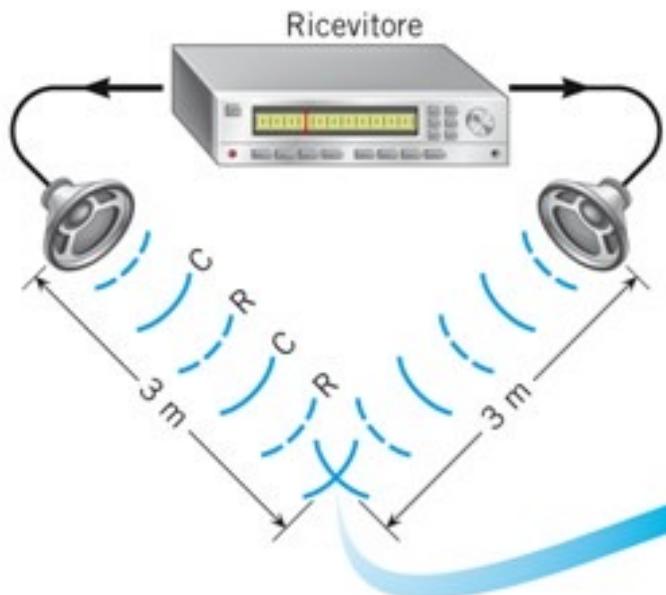
$$\Delta x = k\lambda \quad \text{con } k = 0, 1, 2, \dots$$

### INTERFERENZA DISTRUTTIVA

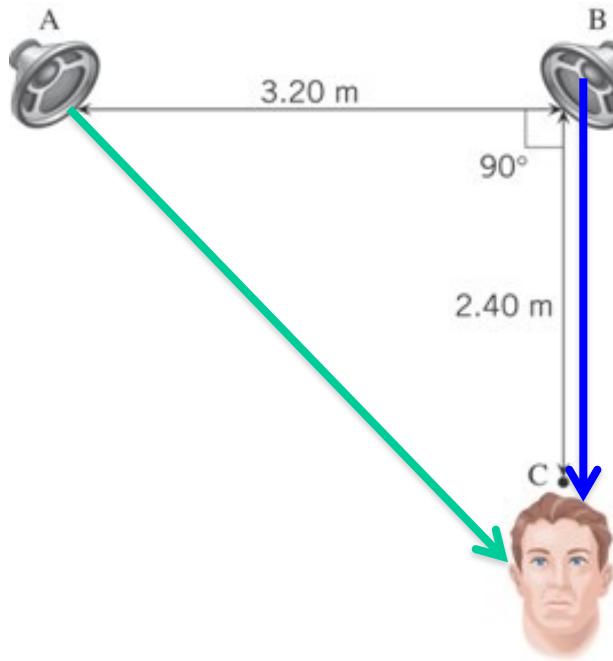
$$\Delta x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{con } k = 0, 1, 2, \dots$$

$\Delta x = \text{differenza tra i cammini delle due onde in A e B}$

## Esempio interferenza costruttiva e distruttiva



## esempio



I due altoparlanti emettono in fase due suoni identici di frequenza 214 Hz e velocità di 343 m/s. Cosa sente l'ascoltatore, un suono più intenso (interferenza costruttiva) o meno intenso (interferenza distruttiva)?

Calcoliamo la differenza  $\Delta x$  tra i due cammini AC e BC:

$$\begin{aligned} AC &\xrightarrow{\text{teorema Pitagora}} \sqrt{3,20^2 + 2,40^2} = 4 \text{ m} \\ \Delta x &= AC - BC = 4 - 2,40 = 1,6 \text{ m} \end{aligned}$$

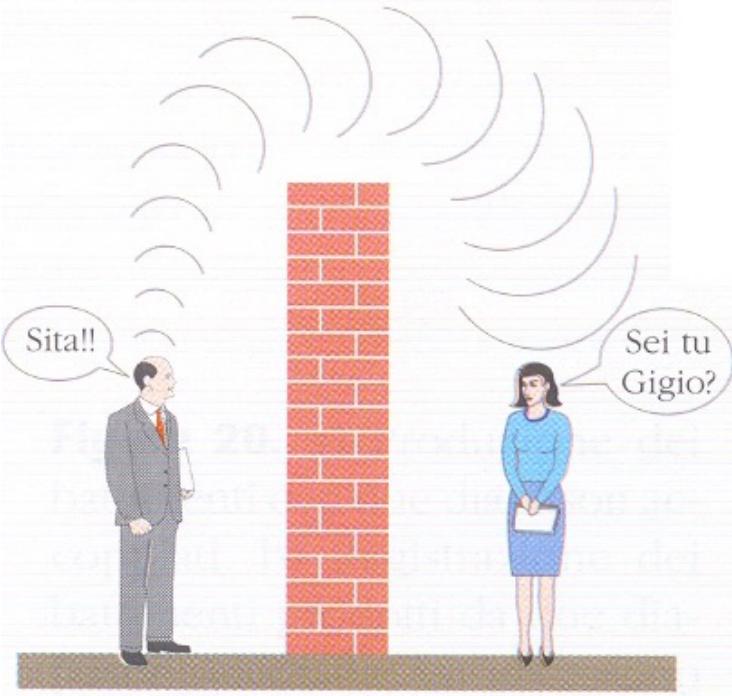
Calcoliamo la lunghezza d'onda:

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{343}{214} = 1,60 \text{ m}$$

Poiché è soddisfatta la condizione di interferenza costruttiva:

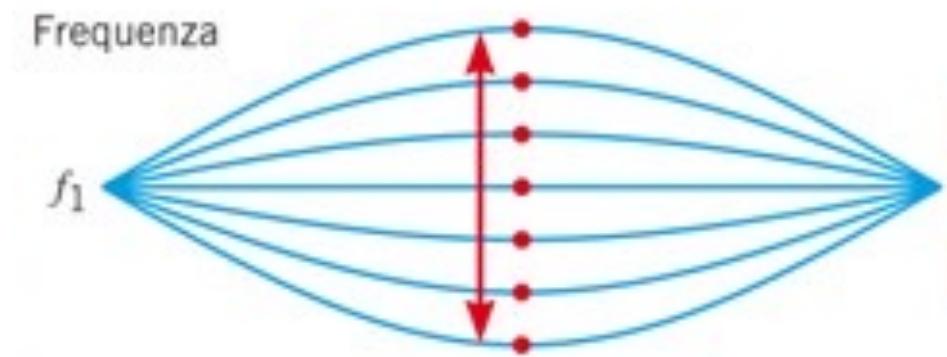
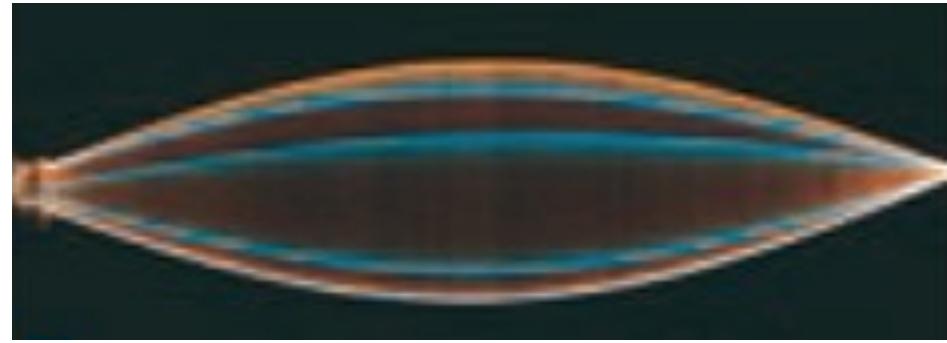
$$\Delta x = |AC - BC| = k\lambda \xrightarrow{\substack{\Delta x = 1,6 \text{ m} \\ \lambda = 1,6 \text{ m}}} \Delta x = \lambda$$

nel punto C si ha interferenza costruttiva e l'ascoltatore sente un suono più intenso.



La lunghezza d'onda in aria delle onde sonore è compresa fra 1,7 cm e 17 m, valori paragonabili con le dimensioni di oggetti di uso comune. Da questo si comprende perché, come conseguenza della **diffrazione sonora**, un osservatore può percepire un suono emesso da una sorgente anche quando i raggi delle onde vengono intercettati da un ostacolo.

Quando si pizzica una corda di chitarra si generano delle onde che si propagano verso i due estremi della corda. Arrivate alle due estremità, le onde si riflettono e si dirigono verso il capo opposto della corda, per generare diverse riflessioni consecutive.



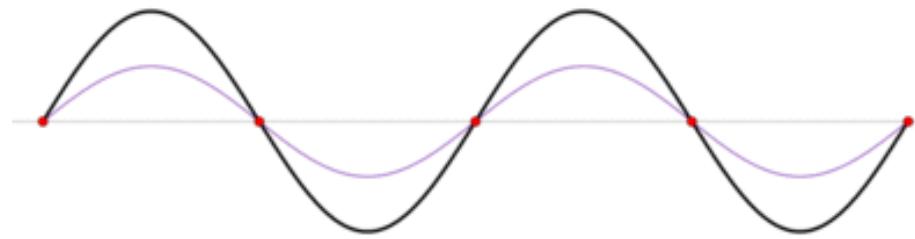
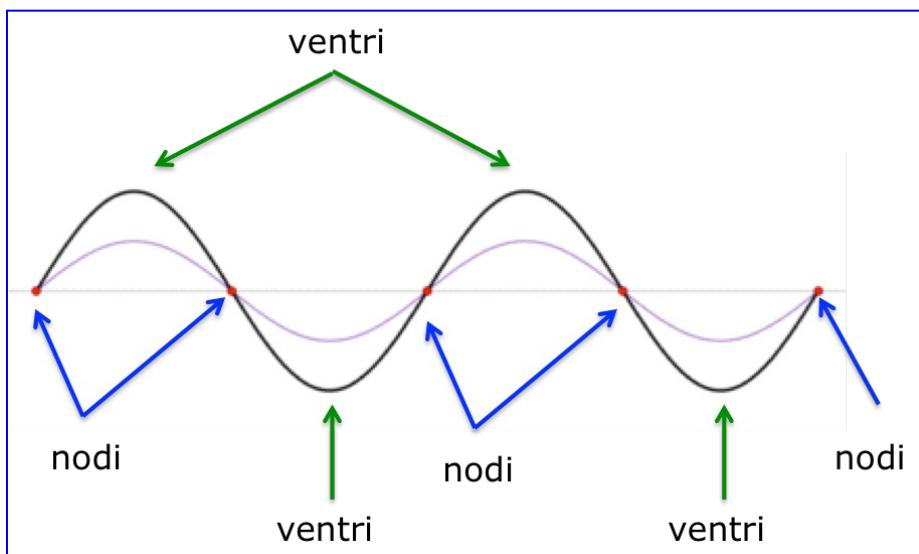
L'interferenza tra queste onde riflesse che, tutte della stessa frequenza, si propagano lungo la corda dà origine a un fenomeno complessivo detto **onda stazionaria**.

Un'onda stazionaria è un'onda che non si propaga (non trasporta energia), è data dalla sovrapposizione (interferenza) di onde aventi la stessa ampiezza e frequenza che si propagano in versi opposti e rimane sempre nella stessa zona di spazio.

In pratica, non c'è propagazione lungo una certa direzione nello spazio,  
ma solo un'oscillazione nel tempo.

In un mezzo in cui è presente un'onda meccanica stazionaria la perturbazione non si propaga, ma le particelle del mezzo non sono ferme: esse oscillano con una particolare ampiezza intorno alle loro posizioni di equilibrio.

Pertanto, è soltanto il profilo dell'onda stazionaria a muoversi, oscillando "su e giù" in alcuni punti. I punti ove l'onda raggiunge ampiezza massima sono detti **ventri**, i punti che invece rimangono fissi (ove l'onda è sempre nulla) sono detti **nodi**.



Analizziamo il fenomeno da un punto di vista matematico.

Consideriamo due onde di uguale ampiezza che viaggiano in direzioni opposte:



In seguito all'interferenza si ottiene:

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$



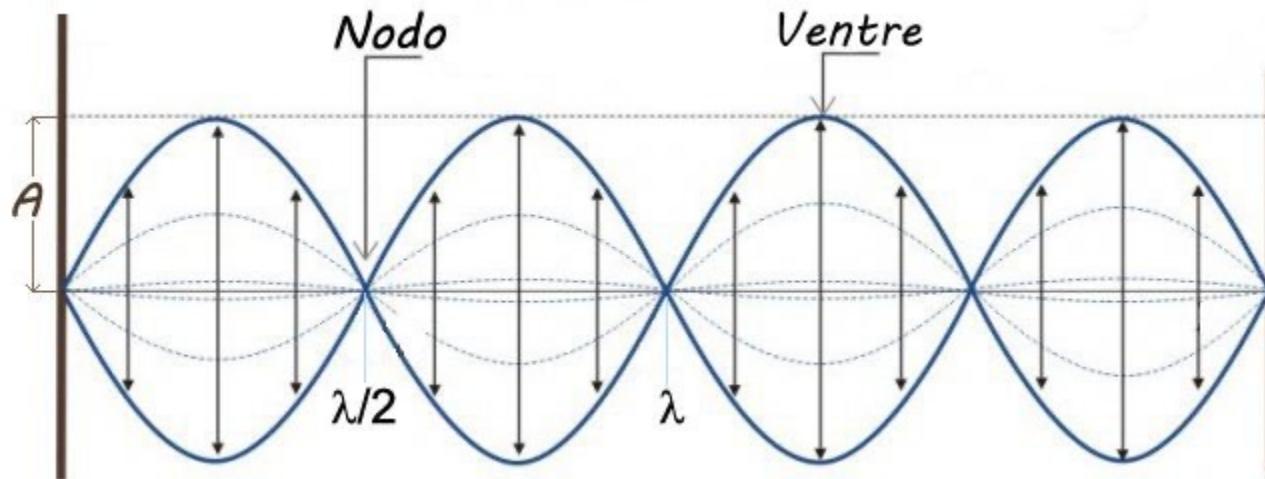
spostamento



ampiezza termine oscillatorio



Questa funzione d'onda non rappresenta un'onda che si propaga perché i termini spaziale e temporale sono separati, ossia non ha la forma dell'equazione delle onde.



In un'onda che si propaga, per esempio su una corda, l'ampiezza dell'onda è la stessa per tutti gli elementi della corda, mentre per un'onda stazionaria varia con la posizione.

## Equazione onda stazionaria

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Posizione dei nodi

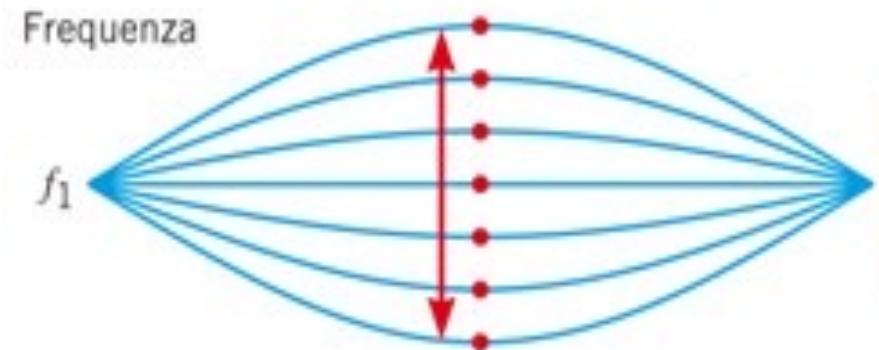
$$\sin(kx) = 0 \rightarrow kx = n\pi \xrightarrow{k=\frac{2\pi}{\lambda}} x = n\frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Posizione dei ventri

$$|\sin(kx)| = 1 \rightarrow kx = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \rightarrow \\ x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Analizziamo da vicino i modi di oscillazione di un'onda stazionaria.

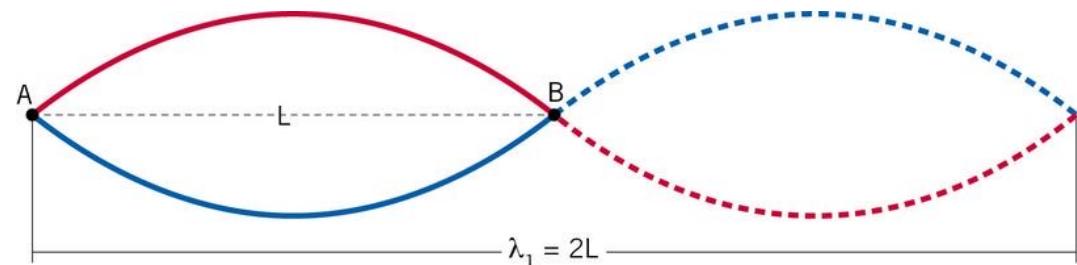
Consideriamo una corda tesa fissata per i due estremi. Se pizzichiamo la corda nel suo centro, otteniamo l'onda stazionaria in figura.



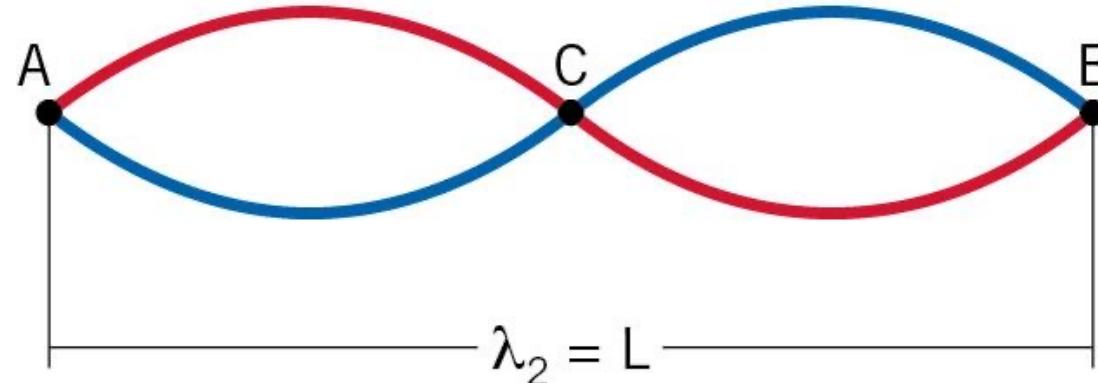
L'onda stazionaria presenta due punti fissi (nodi) agli estremi della corda, mentre tutti gli altri punti della corda oscillano di moto armonico nello stesso verso: o tutti verso l'alto o tutti verso il basso. Hanno tutti la stessa frequenza e si muovono in fase (ossia raggiungono tutti insieme sia il massimo che il minimo dell'oscillazione).

Si chiamano **modi normali** di oscillazione le onde stazionarie in cui tutti i punti della corda oscillano di moto armonico con la stessa frequenza.

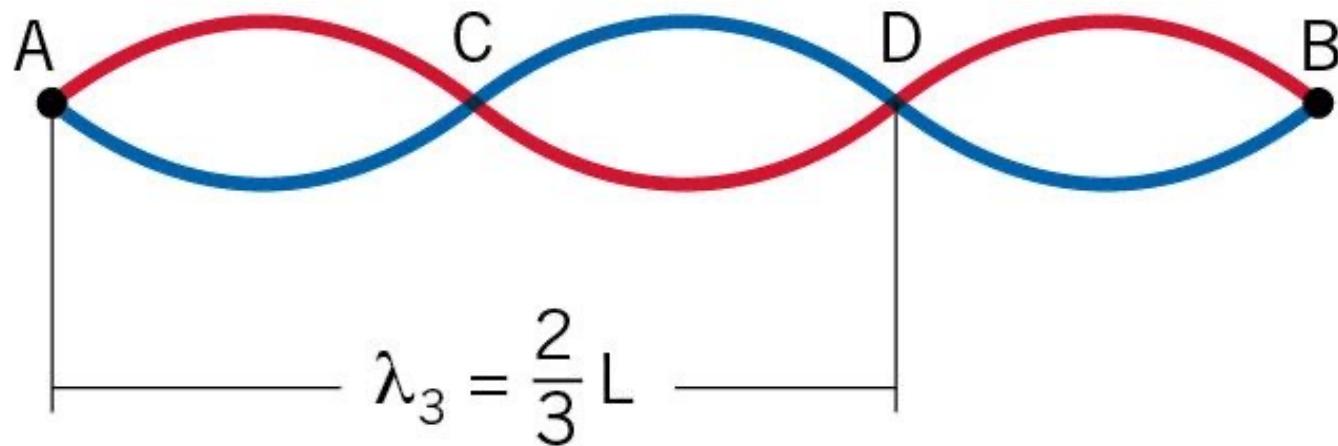
Il primo modo normale di oscillazione (2 nodi A e B), è dunque:



Teniamo fisso il punto medio della corda e pizzichiamola in un punto distante da un estremo  $1/4$  della sua lunghezza. Otteniamo la seguente onda stazionaria caratterizzata da tre nodi (A,C,B):



Teniamo fisso un punto distante da un estremo  $1/3$  della lunghezza della corda e pizzichiamola in un punto distante da un estremo  $1/6$  della lunghezza. Otteniamo la seguente configurazione di onda stazionaria quattro nodi (A,C,D,B):



In modo analogo possiamo ottenere altre configurazioni di onda stazionaria, con un numero via via crescente di nodi.

Osserviamo la sequenza delle lunghezze d'onda dei modi normali di oscillazione delle varie onde stazionarie:

$$\lambda_1 = 2L \quad \lambda_2 = L \quad \lambda_3 = \frac{2}{3}L \quad \dots$$

Possiamo affermare, in generale, che la lunghezza d'onda del modo normale dell'n-esima onda stazionaria è:

lunghezza d'onda (frequenza) oscillazioni stazionarie

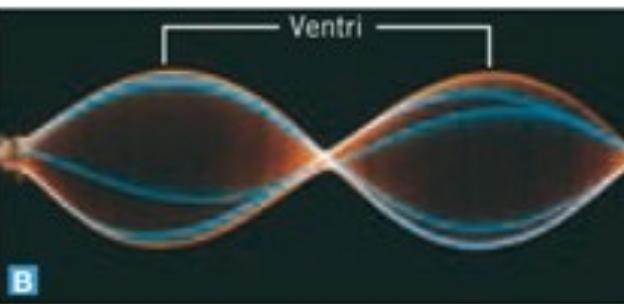
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \xrightarrow{v=\lambda_n f_n} f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Le frequenze di tutti i modi normali delle onde sulla corda sono multipli della frequenza:

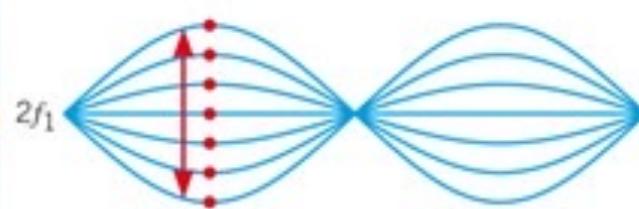
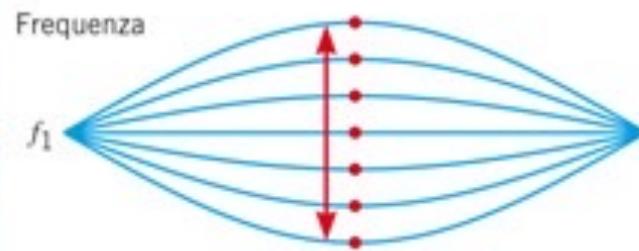
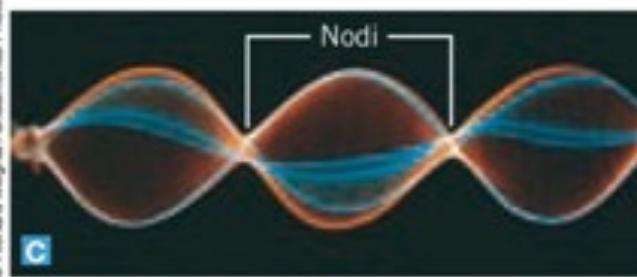
$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

In linguaggio musicale,  $f_1$  si chiama **frequenza fondamentale** o **prima armonica**. Le altre ( $f_2, f_3, \dots$ ) si chiamano **armoniche superiori**.

# riepilogo



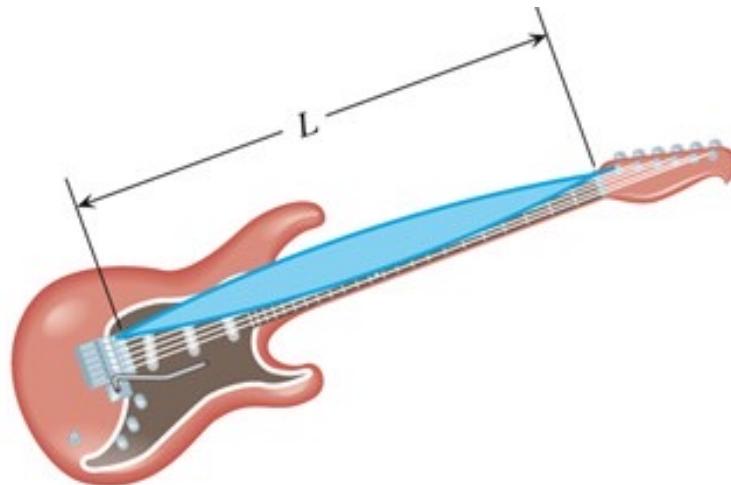
© Richard Megna/Fundamental Photographs



$$f_n = n \left( \frac{v}{2L} \right)$$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

## esempio



A



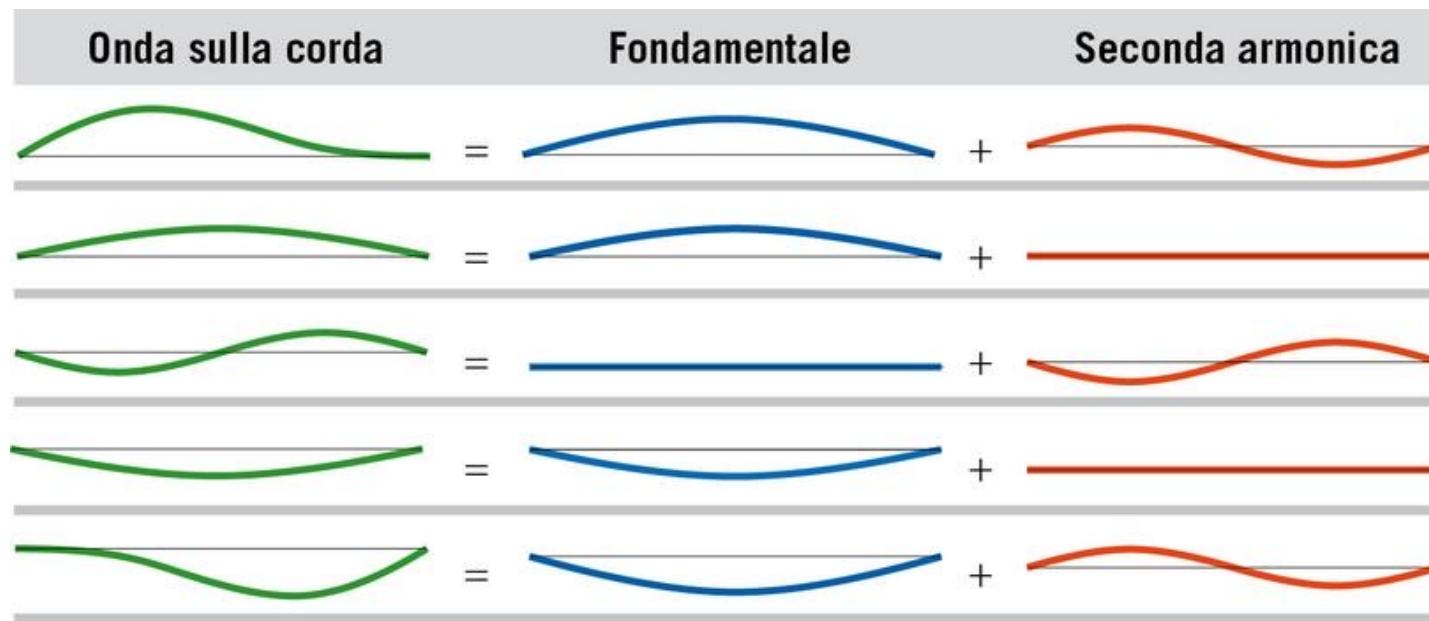
B

Quando è pizzicata, la corda più pesante di una chitarra produce la nota mi ( $f_1=327$  Hz). Un chitarrista vuole che la corda emetta il mi dell'ottava superiore (frequenza doppia  $f_2=654$  Hz). Per ottenere questo risultato deve premere il tasto giusto prima di pizzicare la corda. Calcolare la distanza L tra il tasto su cui premere la corda e il ponte della chitarra.

$$f_n = n \frac{v}{2L} \xrightarrow{n=2} L = \frac{v}{f_2} = \frac{340}{654} = 0,52 \text{ m}$$

Se pizzichiamo a caso una corda di chitarra non otterremo uno dei modi normali di oscillazione, ma una forma d'onda più complessa. Però:

un'onda stazionaria generica si può ottenere come sovrapposizione di due o più modi normali di oscillazione.

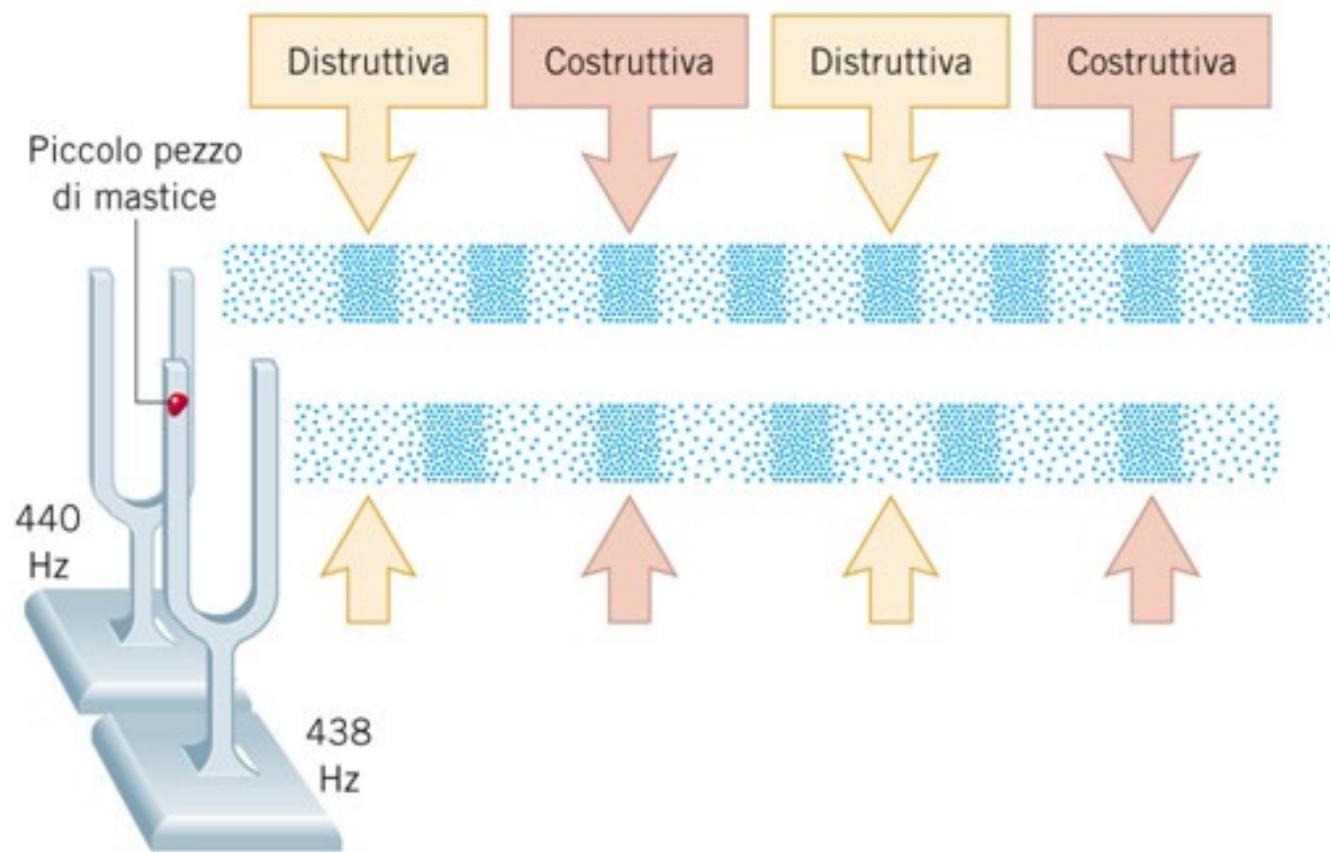


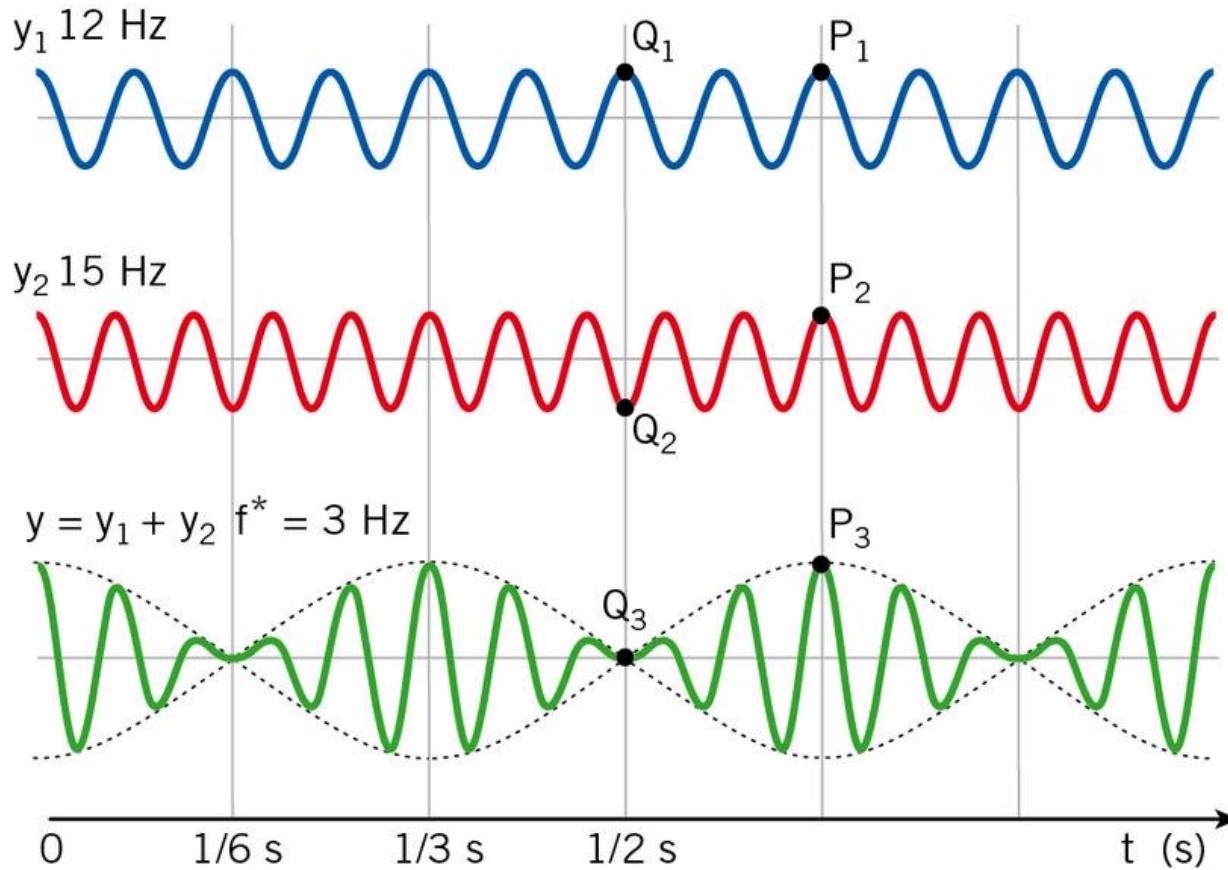
Onda (in verde) risulta dalla sovrapposizione della prima armonica (in blu) e della seconda (in rosso).

Un'onda sinusoidale semplice, come la fondamentale, è percepita dal nostro orecchio come un suono semplice e metallico (per esempio quello del diapason). Le forme complesse delle onde sonore prodotte dagli altri strumenti sono dovute al fatto che il suono contiene, oltre alla fondamentale, anche diverse armoniche superiori.

Queste onde complesse sono percepite dall'orecchio con timbri diversi, anche se hanno la stessa frequenza fondamentale e, quindi, la stessa altezza.

L'interferenza di due onde con frequenze  $f_1$  e  $f_2$  leggermente diverse, genera variazioni periodiche dell'intensità del suono chiamate **battimenti**.





La sovrapposizione dell'onda blu (12 Hz) e quella rossa (15 Hz) produce l'onda verde la cui ampiezza varia nel tempo (battimenti=pulsazioni) con una frequenza  $f=f_2-f_1=3 \text{ Hz}$

Il fenomeno dei battimenti (queste pulsazioni di intensità che l'orecchio avverte) è utilizzato quando si accorda la chitarra: fino a quando si avvertono i battimenti, le due corde pizzicate non emettono la stessa nota; quando i battimenti scompaiono, le due corde sono accordate.

